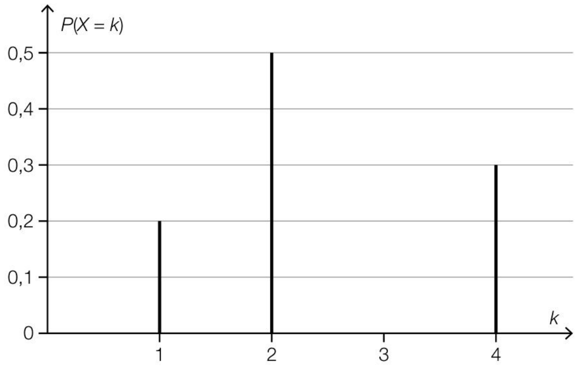
Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_1266, WS3.1, Offenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X dargestellt.

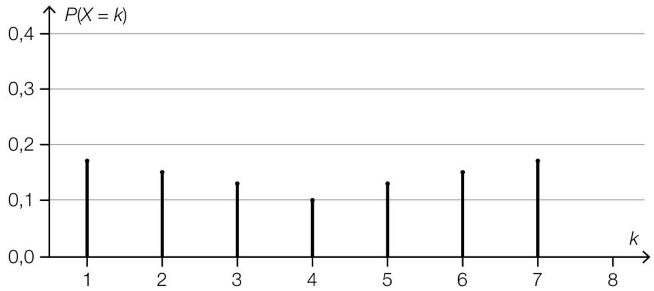


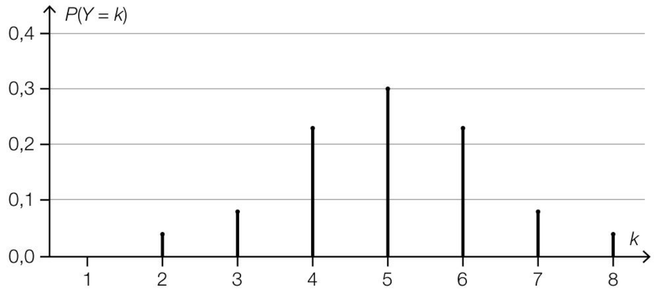
Die Zufallsvariable X nimmt nur die Werte 1, 2 und 4 mit einer positiven Wahrscheinlichkeit an.

Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Erwartungswerte und Standardabweichungen* - 1_1243, WS3.1, Lückentext

Gegeben sind die zwei Zufallsvariablen X und Y, die jeweils genau 7 ganzzahlige Werte mit positiver Wahrscheinlichkeit annehmen. Nachstehend sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für X und Y dargestellt.





Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für die Erwartungswerte $E(X)$ und $E(Y)$ gilt ___①___;
für die Standardabweichungen $\sigma(X)$ und $\sigma(Y)$ gilt ___②___.

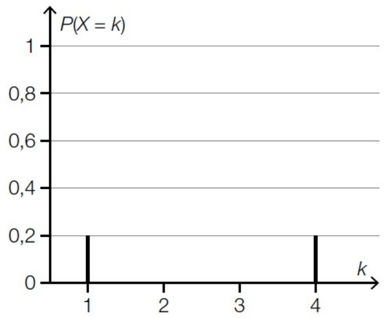
①	
$E(X) < E(Y)$	☐
$E(X) = E(Y)$	☐
$E(X) > E(Y)$	☐

②	
$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) = \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen* - 1_1201, WS3.1, Konstruktionsformat

Gegeben ist die Zufallsvariable X, die nur 1, 2, 3 oder 4 als Wert annehmen kann.

Es gilt: $P(X = 2)$ ist doppelt so groß wie $P(X = 1)$.
Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X die fehlenden Werte $P(X = 2)$ und $P(X = 3)$ ein.



Gewinnspiel* - 1_900, WS3.1, Offenes Antwortformat

Auf dem Etikett einer Getränkeflasche ist ein Code für ein Gewinnspiel aufgedruckt.

- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 10 zu erzielen, beträgt 1 %.
- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 2 zu erzielen, beträgt 4 %.

Es gibt keine weiteren Gewinne.

Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn (in €) für einen Code an.
Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen* - 1_851, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Eine bestimmte Zufallsvariable X kann nur den Wert –4, den Wert 0 oder den Wert 2 annehmen.

Für die Wahrscheinlichkeiten gilt:

$P(X = -4) = 0{,}3$
$P(X = 0) = a$
$P(X = 2) = b$

Dabei sind a und b positive reelle Zahlen.

Der Erwartungswert von X ist null, also $E(X) = 0$.
Geben Sie a und b an.

a = ____________________

b = ____________________

Wahrscheinlichkeiten* - 1_826, WS3.1, 2 aus 5

Die Zufallsvariable X kann ausschließlich die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen.
Es gilt: $P(X = 1) = 0{,}1$ und $P(X > 1) = 0{,}6$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

$P(X \leq 2) = 0{,}3$	☐
$P(X < 2) = 0{,}4$	☐
$P(X = 0) = 0$	☐
$P(X \geq 0) = 0{,}9$	☐
$P(X \geq 1) = 0{,}7$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_779, WS3.1, 2 aus 5

In einer Urne befinden sich ausschließlich weiße und schwarze Kugeln. Drei Kugeln werden ohne Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X gegeben.

x	1	2	3
$P(X = x)$	0,3	0,6	0,1

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,3.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mehr als eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,6.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, genau zwei schwarze Kugeln und eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,1.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	☐

Spielkarten* - 1_731, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Fünf Spielkarten (drei Könige und zwei Damen) werden gemischt und verdeckt auf einen Tisch gelegt. Laura dreht während eines Spieldurchgangs nacheinander die Karten einzeln um und lässt sie aufgedeckt liegen, bis die erste Dame aufgedeckt ist.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der am Ende eines Spieldurchgangs aufgedeckten Spielkarten an.
Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X.

$E(X) =$ ____

Häufigkeit von Nebenwirkungen* - 1_707, WS3.1, Offenes Antwortformat

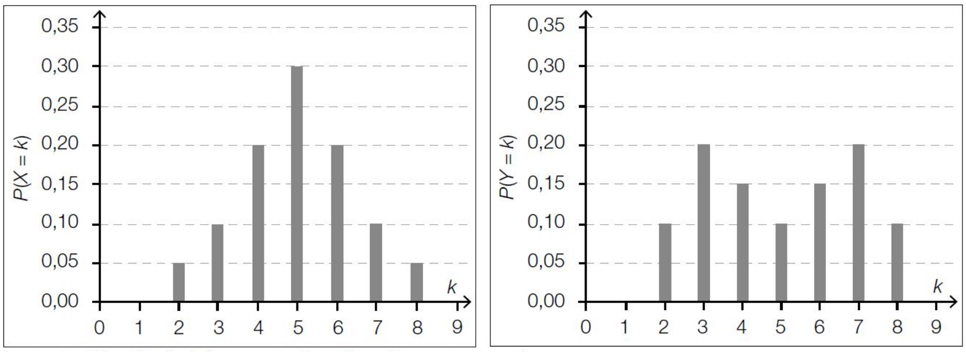
Pharmaunternehmen sind verpflichtet, alle bekannt gewordenen Nebenwirkungen eines Medikaments im Beipackzettel anzugeben. Die Häufigkeitsangaben zu Nebenwirkungen basieren auf folgenden Kategorien:

Häufigkeitsangabe	Auftreten von Nebenwirkungen
sehr häufig	Nebenwirkungen treten bei mehr als 1 von 10 Behandelten auf.
häufig	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 100 auf.
gelegentlich	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 1 000 auf.
selten	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 10 000 auf.
sehr selten	Nebenwirkungen treten bei weniger als 1 von 10 000 Behandelten auf.
nicht bekannt	Die Häufigkeit von Nebenwirkungen ist auf Grundlage der verfügbaren Daten nicht abschätzbar.

Eine bestimmte Nebenwirkung ist im Beipackzettel eines Medikaments mit der Häufigkeitsangabe „selten“ kategorisiert.
Es werden 50 000 Personen unabhängig voneinander mit diesem Medikament behandelt. Bei einer gewissen Anzahl dieser Personen tritt diese Nebenwirkung auf.
Verwenden Sie die obigen Häufigkeitsangaben als Wahrscheinlichkeiten und bestimmen Sie unter dieser Voraussetzung, wie groß die erwartete Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen mindestens ist!

Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen* - 1_635, WS3.1, 2 aus 5

In den nachstehenden Diagrammen sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zweier Zufallsvariablen X und Y dargestellt. Die Erwartungswerte der Zufallsvariablen werden mit $E(X)$ und $E(Y)$, die Standardabweichungen mit $\sigma(X)$ und $\sigma(Y)$ bezeichnet.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$E(X) = E(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	☐
$P(3 \leq X \leq 7) = P(3 \leq Y \leq 7)$	☐
$P(X \leq 5) = 0{,}3$	☐

Wahrscheinlichkeit* - 1_611, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

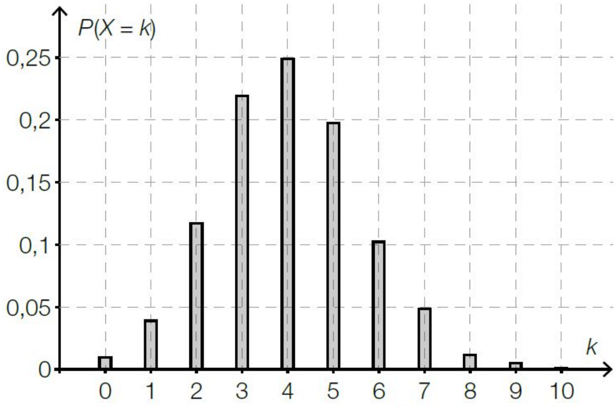
Die Zufallsvariable X hat den Wertebereich $\{0, 1, \ldots, 9, 10\}$.
Gegeben sind die beiden Wahrscheinlichkeiten $P(X = 0) = 0{,}35$ und $P(X = 1) = 0{,}38$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 2)$!

$P(X \geq 2) =$ ____

Wahrscheinlichkeit bestimmen* - 1_587, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X.



Geben Sie mithilfe dieser Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(4 \leq X < 7)$ an!

$P(4 \leq X < 7) \approx$ ____

Aussagen zu einer Zufallsvariablen* - 1_544, WS3.1, 2 aus 5

Die Zufallsvariable X kann nur die Werte 10, 20 und 30 annehmen. Die nachstehende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, wobei a und b positive reelle Zahlen sind.

k	10	20	30
$P(X = k)$	a	b	a

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Erwartungswert von X ist 20.	☐
Die Standardabweichung von X ist 20.	☐
$a + b = 1$	☐
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☐
$P(X \leq 10) = P(X \geq 10)$	☐

Zufallsexperiment* - 1_519, WS3.1, 2 aus 5

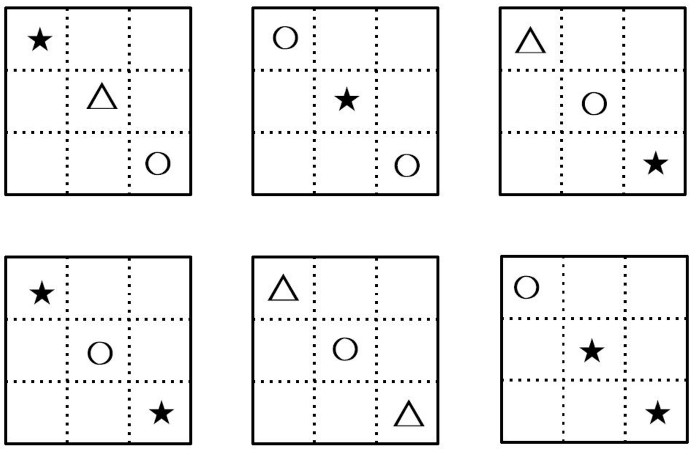
Bei einem Zufallsexperiment, das 25-mal wiederholt wird, gibt es die Ausgänge „günstig" und „ungünstig". Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft dabei das Ergebnis „günstig" eingetreten ist.
X ist binomialverteilt mit dem Erwartungswert 10.

Zwei der nachstehenden Aussagen lassen sich aus diesen Informationen ableiten.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$P(X = 25) = 10$	☐
Wenn man das Zufallsexperiment 25-mal durchführt, werden mit Sicherheit genau 10 Ergebnisse „günstig“ sein.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig“ ausgeht, ist 40 %.	☐
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen“ Ergebnisse 20.	☐
$P(X > 10) > P(X > 8)$	☐

Zufallsvariable* - 1_496, WS3.1, Offenes Antwortformat

Nachstehend sind die sechs Seitenflächen eines fairen Spielwürfels abgebildet. Auf jeder Seitenfläche sind drei Symbole dargestellt. (Ein Würfel ist „fair“, wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.)



Bei einem Zufallsversuch wird der Würfel einmal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Sterne auf der nach oben zeigenden Seitenfläche.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, d. h. die möglichen Werte von X samt zugehöriger Wahrscheinlichkeiten!

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_472, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

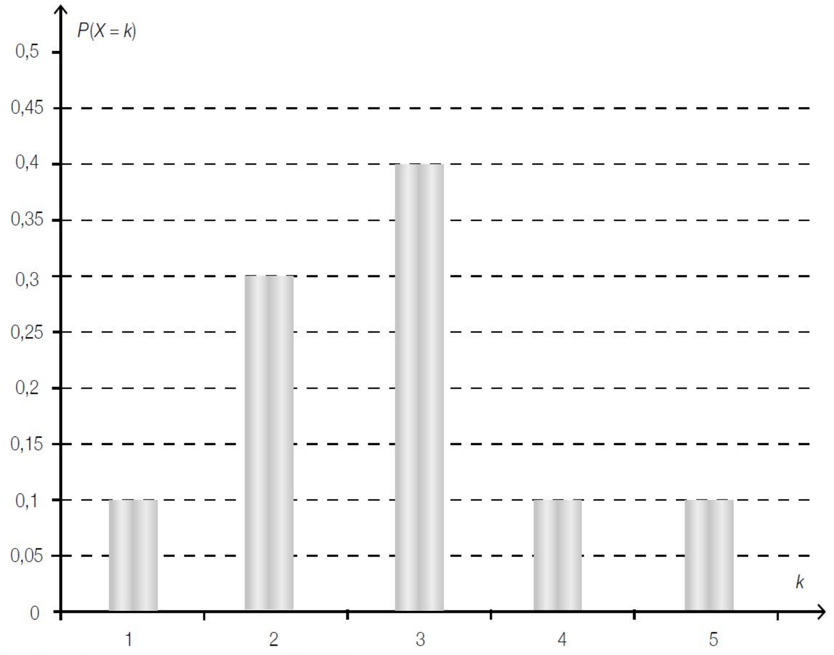
Der Wertebereich einer Zufallsvariablen X besteht aus den Werten x_1, x_2, x_3.
Man kennt die Wahrscheinlichkeit $P(X = x_1) = 0{,}4$. Außerdem weiß man, dass x_3 doppelt so wahrscheinlich wie x_2 ist.
Berechnen Sie $P(X = x_2)$ und $P(X = x_3)$!

$P(X = x_2) =$ ____

$P(X = x_3) =$ ____

Erwartungswert* - 1_447, WS3.1, Offenes Antwortformat

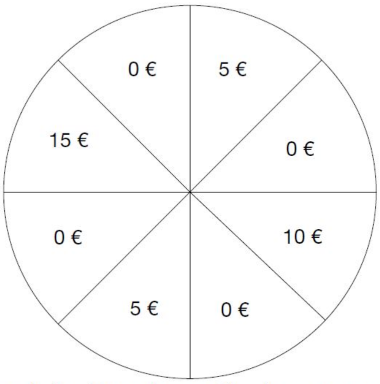
Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X, die die Werte $k = 1, 2, 3, 4, 5$ annehmen kann.



Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$!

Gewinn beim Glücksrad* - 1_423, WS3.1, Offenes Antwortformat

Das unten abgebildete Glücksrad ist in acht gleich große Sektoren unterteilt, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Für einmaliges Drehen des Glücksrades muss ein Einsatz von 5 € gezahlt werden. Die Gewinne, die ausbezahlt werden, wenn das Glücksrad im entsprechenden Sektor stehen bleibt, sind auf dem Glücksrad abgebildet.



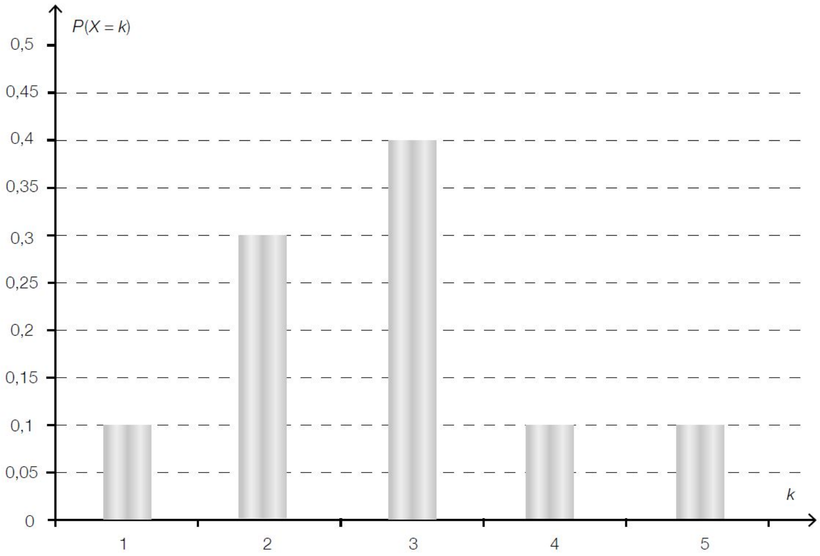
Das Glücksrad wird einmal gedreht. Berechnen Sie den entsprechenden Erwartungswert des Reingewinns G (in Euro) aus der Sicht des Betreibers des Glücksrades! Der Reingewinn ist die Differenz aus Einsatz und Auszahlungsbetrag.

Erwartungswert des Gewinns* - 1_399, WS3.1, Offenes Antwortformat

Bei einem Gewinnspiel gibt es 100 Lose. Der Lospreis beträgt € 5. Für den Haupttreffer werden € 100 ausgezahlt, für zwei weitere Treffer werden je € 50 ausgezahlt und für fünf weitere Treffer werden je € 20 ausgezahlt. Für alle weiteren Lose wird nichts ausgezahlt. Unter *Gewinn* versteht man *Auszahlung minus Lospreis*.
Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns aus der Sicht einer Person, die ein Los kauft!

Erwartungswert* - 1_375, WS3.1, Offenes Antwortformat

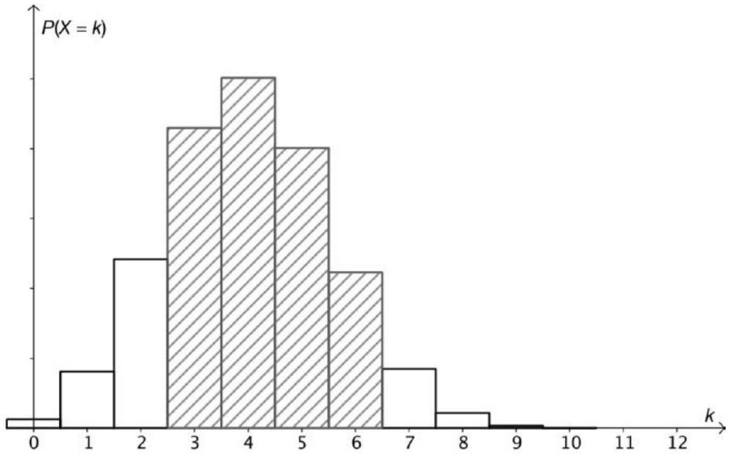
Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X, bei der jedem Wert k (k = 1, 2, 3, 4, 5) die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ zugeordnet wird.



Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X!

Diskrete Zufallsvariable* - 1_327, WS3.1, 1 aus 6

Die unten stehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X.



Welcher der folgenden Ausdrücke beschreibt die Wahrscheinlichkeit, die dem Inhalt der schraffierten Fläche entspricht?
Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck an!

$1 - P(X \leq 2)$	☐
$P(X \leq 6) - P(X \leq 3)$	☐
$P(X \geq 3) + P(X \leq 6)$	☐
$P(3 \leq X \leq 6)$	☐
$P(X \leq 6) - P(X < 2)$	☐
$P(3 < X < 6)$	☐

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_1266, WS3.1, Offenes Antwortformat

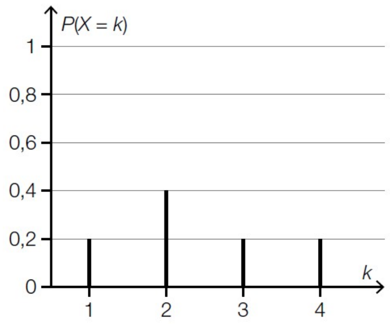
$E(X) = 1 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}3 = 2{,}4$

Lösungserwartung: Erwartungswerte und Standardabweichungen* - 1_1243, WS3.1, Lückentext

①	
$E(X) < E(Y)$	☒

②	
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen* - 1_1201, WS3.1, Konstruktionsformat



Lösungserwartung: Gewinnspiel* - 1_900, WS3.1, Offenes Antwortformat

$0{,}01 \cdot 10 + 0{,}04 \cdot 2 = 0{,}18$
$E(X) = 0{,}18$ €

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen* - 1_851, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$a = 0{,}1$
$b = 0{,}6$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeiten* - 1_826, WS3.1, 2 aus 5

$P(X < 2) = 0{,}4$	☒
$P(X \geq 1) = 0{,}7$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_779, WS3.1, 2 aus 5

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	☒
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	☒

Lösungserwartung: Spielkarten* - 1_731, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$$E(X) = 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = 2$$

Lösungserwartung: Häufigkeit von Nebenwirkungen* - 1_707, WS3.1, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen.
$n = 50\,000$
$p = 0{,}0001$
$E(X) = n \cdot p = 50\,000 \cdot 0{,}0001 = 5$

Die erwartete Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen ist mindestens 5.

Lösungserwartung: Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen* - 1_635, WS3.1, 2 aus 5

$E(X) = E(Y)$	☒
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeit* - 1_611, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 0{,}27$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeit bestimmen* - 1_587, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$P(4 \leq X < 7) \approx 0{,}55$

Lösungserwartung: Aussagen zu einer Zufallsvariablen* - 1_544, WS3.1, 2 aus 5

Der Erwartungswert von X ist 20.	☒
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☒

Lösungserwartung: Zufallsexperiment* - 1_519, WS3.1, 2 aus 5

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig" ausgeht, ist 40 %.	☒
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen" Ergebnisse 20.	☒

Lösungserwartung: Zufallsvariable* - 1_496, WS3.1, Offenes Antwortformat

Die Zufallsvariable X kann die Werte $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 2$ annehmen.

Es gilt:
$P(X = 0) = \frac{1}{6}$, $P(X = 1) = \frac{3}{6}$, $P(X = 2) = \frac{2}{6}$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_472, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$P(X = x_2) = 0{,}2$
$P(X = x_3) = 0{,}4$

Lösungserwartung: Erwartungswert* - 1_447, WS3.1, Offenes Antwortformat

$E(X) = 2{,}8$

Lösungserwartung: Gewinn beim Glücksrad* - 1_423, WS3.1, Offenes Antwortformat

$$G = 5 - \left(\frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{8} \cdot 10 + \frac{1}{8} \cdot 15\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow G \approx 0{,}63\ €$$

Lösungserwartung: Erwartungswert des Gewinns* - 1_399, WS3.1, Offenes Antwortformat

$$E = \frac{1}{100} \cdot 100 + \frac{2}{100} \cdot 50 + \frac{5}{100} \cdot 20 - 5 = -2$$

oder:

$$E = \frac{92}{100} \cdot (-5) + \frac{5}{100} \cdot 15 + \frac{2}{100} \cdot 45 + \frac{1}{100} \cdot 95 = -2$$

Der Erwartungswert des Gewinns beträgt € −2.

Lösungserwartung: Erwartungswert* - 1_375, WS3.1, Offenes Antwortformat

$$E(X) = 1 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}1 = \frac{14}{5} = 2{,}8$$

Lösungserwartung: Diskrete Zufallsvariable* - 1_327, WS3.1, 1 aus 6

$P(3 \leq X \leq 6)$	☒

Erwartungswert*

Aufgabennummer: 1_148	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: WS 3.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich | ☒ gewohnte Hilfsmittel möglich | ☐ besondere Technologie erforderlich

In der nachstehenden Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X dargestellt.

a_i mit $i \in \{1, 2, 3, 4\}$	1	2	3	4
$P(X = a_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X!

$E(X)$ = ______________________________________

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Möglicher Lösungsweg

$E(X) = 2{,}6$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Aufgabennummer: 1_043	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gustav kommt in der Nacht nach Hause und muss im Dunkeln die Haustüre aufsperren. An seinem ringförmigen Schlüsselbund hängen fünf gleiche Schlüsseltypen, von denen nur einer sperrt. Er beginnt die Schlüssel zufällig und nacheinander zu probieren. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl k der Schlüssel an, die er probiert, bis die Tür geöffnet ist.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie in der Tabelle die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ dieser Zufallsvariablen X!

k	1	2	3	4	5
$P(X = k)$					

$E(X)$ = ____________________

Möglicher Lösungsweg

Gleichwahrscheinlichkeit liegt vor, weil:

k	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{5}$

Erwartungswert:

$$E(X) = \left(1 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{1}{5} + 5 \cdot \frac{1}{5}\right) = 3$$

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die Tabelle korrekt ausgefüllt und der Erwartungswert richtig berechnet ist.