Überholvorgang* - 1_1259, AN3.1, Offenes Antwortformat

Die Beschleunigung eines bestimmten Fahrzeugs während eines Überholvorgangs wird durch die Funktion a beschrieben.

Es gilt:
$a(t) = -t^3 + 3 \cdot t^2$ mit $0 \leq t \leq 3$

t ... Zeit ab Beginn des Überholvorgangs in s
$a(t)$ ... Beschleunigung des Fahrzeugs zur Zeit t in m/s^2

Die Funktion v ordnet dabei jeder Zeit t die Geschwindigkeit des Fahrzeugs $v(t)$ (in m/s) zu.

Zu Beginn des Überholvorgangs hat das Fahrzeug die Geschwindigkeit $v(0) = 20$ m/s.

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von v auf.

Ableitungsfunktion und Stammfunktion* - 1_868, AN3.1, 2 aus 5

Unter *globaler Mitteltemperatur* versteht man die über die gesamte Erdoberfläche gemittelte Temperatur in einem bestimmten Zeitraum unter bestimmten Bedingungen.

Die Entwicklung der globalen Mitteltemperatur kann mithilfe von Klimamodellen prognostiziert werden.

Nachstehend sind für einzelne Jahre die globalen Mitteltemperaturen angeführt.

Jahr	1900	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980
globale Mitteltemperatur (in °C)	13,80	13,87	13,89	14,01	13,90	14,02	13,94	14,16

Jahr	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
globale Mitteltemperatur (in °C)	14,03	14,37	14,37	14,31	14,51	14,55	14,72

Die Funktion T beschreibt modellhaft die globale Mitteltemperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Jahren ab dem Jahr 1900, $T(t)$ in °C). Es gilt:

$T(t) = a \cdot e^{0{,}008 \cdot t} - 0{,}03 \cdot t + 11{,}1$ mit $a \in \mathbb{R}^+$

a) Bei einem bestimmten Klimamodell wird $a = 2{,}7$ angenommen.
Die Funktion T hat an der Stelle $t = t_0$ eine lokale Extremstelle.

1) Ermitteln Sie t_0.

2) Begründen Sie mathematisch, warum gemäß diesem Modell die globale Mitteltemperatur ab der Stelle t_0 immer schneller ansteigt.

Stammfunktionen* - 1_821, AN3.1, 2 aus 5

Gegeben ist eine Stammfunktion F einer Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

Zwei der nachstehenden Funktionen G_1 bis G_5 sind für alle $c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ jedenfalls auch Stammfunktionen von f.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Funktionen an.

$G_1 = c \cdot F$	☐
$G_2 = c + F$	☐
$G_3 = F - c$	☐
$G_4 = c - F$	☐
$G_5 = \frac{F}{c}$	☐

Stammfunktion* - 1_797, AN3.1, Offenes Antwortformat

Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$.
Die Funktion $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto g(x)$ ist eine Stammfunktion von f.
Für eine Funktion $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto h(x)$ und $c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ gilt: $h(x) = g(x) + c$.

Geben Sie an, ob h ebenfalls eine Stammfunktion von f ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Wachstum einer Pflanze* - 1_773, AN3.1, Halboffenes Antwortformat

Zu Beginn eines dreiwöchigen Beobachtungszeitraums ist eine bestimmte Pflanze 15 cm hoch. Die momentane Änderungsrate der Höhe dieser Pflanze wird durch die Funktion v in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben.
Dabei gilt:
$v(t) = 3 - 0{,}3 \cdot t^2$ mit $t \in [0; 3]$ in Wochen und $v(t)$ in cm/Woche

Die Funktion h ordnet jedem Zeitpunkt $t \in [0; 3]$ die Höhe $h(t)$ der Pflanze zu (t in Wochen, $h(t)$ in cm).
Geben Sie $h(t)$ an.

$h(t) =$ ____

Ableitungsfunktion und Stammfunktion* - 1_723, AN3.1, 2 aus 5

Es sei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion.
Zwei der folgenden Aussagen über die Funktion f treffen auf jeden Fall zu.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Funktion f hat genau eine Stammfunktion F.	☐
Die Funktion f hat genau eine Ableitungsfunktion f'.	☐
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $f' = F$.	☐
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $F'' = f'$.	☐
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $\int_0^1 F(x)\,dx = f(1) - f(0)$.	☐

Stammfunktion* - 1_701, AN3.1, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist eine Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^3$ mit $a \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie a so, dass die Funktion $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $F(x) = 5 \cdot x^4 - 2$ eine Stammfunktion von f ist!

$a =$ ____

Zusammenhang zwischen Funktion und Stammfunktionen* - 1_676, AN3.1, 2 aus 5

Die Funktionen g und h sind unterschiedliche Stammfunktionen einer Polynomfunktion f vom Grad $n \geq 1$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$g'(x) = h'(x)$	☐
$g(x) + h(x) = c,\ c \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$	☐
$\int_0^2 g(x)\,dx = f(2) - f(0)$	☐
$\int_0^2 f(x)\,dx = h(2) - h(0)$	☐
$g(x) = c \cdot h(x),\ c \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$	☐

Beziehungen zwischen Funktion Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_629, AN3.1, Lückentext

Es sei f eine Polynomfunktion dritten Grades, f' ihre Ableitungsfunktion und F eine der Stammfunktionen von f.
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die zweite Ableitungsfunktion der Funktion _____①_____ ist die Funktion _____②_____.

①	
f	☐
f'	☐
F	☐

②	
f	☐
f'	☐
F	☐

Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_527, AN3.1, 2 aus 5

Es sei f eine Polynomfunktion und F eine ihrer Stammfunktionen.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Eine Funktion F heißt Stammfunktion der Funktion f, wenn gilt: $f(x) = F(x) + c$ $(c \in \mathbb{R})$.	☐
Eine Funktion f' heißt Ableitungsfunktion von f, wenn gilt: $\int f(x)dx = f'(x)$.	☐
Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle an.	☐
Die Funktion f hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden.	☐
Wenn man die Stammfunktion F einmal integriert, dann erhält man die Funktion f.	☐

Lösungserwartung: Überholvorgang* - 1_1259, AN3.1, Offenes Antwortformat

$v(t) = -\frac{1}{4} \cdot t^4 + t^3 + 20$

Lösungserwartung: Ableitungsfunktion und Stammfunktion* - 1_868, AN3.1, 2 aus 5

a1) $T'(t_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_0 = 41{,}06...$
$(T''(t_0) > 0)$

a2) mögliche Begründung:
Die globale Mitteltemperatur steigt ab t_0 immer schneller an, weil für alle $t > t_0$ der Graph von T linksgekrümmt ist.

Lösungserwartung: Stammfunktionen* - 1_821, AN3.1, 2 aus 5

$G_2 = c + F$	☒
$G_3 = F - c$	☒

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_797, AN3.1, Offenes Antwortformat

Ja, h ist ebenfalls eine Stammfunktion von f.

mögliche Begründungen:
Zwei differenzierbare Funktionen, die sich nur um eine additive Konstante unterscheiden, haben die gleiche Ableitung.

oder:

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $h'(x) = g'(x) = f(x)$

Lösungserwartung: Wachstum einer Pflanze* - 1_773, AN3.1, Halboffenes Antwortformat

$h(t) = -0{,}1 \cdot t^3 + 3 \cdot t + 15$

Lösungserwartung: Ableitungsfunktion und Stammfunktion* - 1_723, AN3.1, 2 aus 5

Die Funktion f hat genau eine Ableitungsfunktion f'.	☒
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $F'' = f'$.	☒

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_701, AN3.1, Halboffenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:
$f(x) = F'(x) = 20 \cdot x^3$
$a = 20$

Lösungserwartung: Zusammenhang zwischen Funktion und Stammfunktionen* - 1_676, AN3.1, 2 aus 5

$g'(x) = h'(x)$	☒
$\int_0^2 f(x)\,dx = h(2) - h(0)$	☒

Lösungserwartung: Beziehungen zwischen Funktion Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_629, AN3.1, Lückentext

①	
F	☒

②	
f'	☒

Lösungserwartung: Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_527, AN3.1, 2 aus 5

Wenn die Funktion f an der Stelle x_0 definiert ist, gibt $f'(x_0)$ die Steigung der Tangente an den Graphen von f an dieser Stelle an.	☒
Die Funktion f hat unendlich viele Stammfunktionen, die sich nur durch eine additive Konstante unterscheiden.	☒

Stammfunktion

Aufgabennummer: 1_032	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Es gilt die Aussage:
„Besitzt eine Funktion f eine Stammfunktion, so besitzt sie sogar unendlich viele. Ist nämlich F eine Stammfunktion von f, so ist für jede beliebige reelle Zahl c auch die durch $G(x) = F(x) + c$ definierte Funktion G eine Stammfunktion von f."
(Quelle: Wikipedia)

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Ist die Funktion F eine Stammfunktion der Funktion f, dann gilt ____①____.
Gilt zudem ____②____, dann ist auch die Funktion G eine Stammfunktion von f.

①	
$F(x) = f(x)$	☐
$F(x) = f'(x)$	☐
$F'(x) = f(x)$	☐

②	
$G'(x) = F'(x) = f(x)$	☐
$G(x) = F(x) = f'(x)$	☐
$G'(x) = F(x) = f'(x)$	☐

Lösung

①	
$F'(x) = f(x)$	☒

②	
$G'(x) = F'(x) = f(x)$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken ausschließlich der jeweils richtige Satzteil angekreuzt ist.

Aussagen zum Integral

Aufgabennummer: 1_030	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Nachstehend werden Aussagen zu Funktionen und deren Stammfunktionen angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.	☐
Die Stammfunktion einer Summe von zwei Funktionen f und g ist (abgesehen von Integrationskonstanten) gleich der Summe der Stammfunktionen von f und g.	☐
f ist immer eine Stammfunktion von f'.	☐
Wenn $\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x} = f(x)$, dann ist F eine Stammfunktion von f.	☐
Für beliebige Funktionen f und g gilt: $\int [f(x) \cdot g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x \cdot \int g(x)\mathrm{d}x$.	☐

Lösung

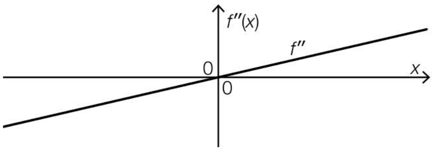
Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a)$.	☒
Die Stammfunktion einer Summe von zwei Funktionen f und g ist (abgesehen von Integrationskonstanten) gleich der Summe der Stammfunktionen von f und g.	☒
f ist immer eine Stammfunktion von f'.	☒
Wenn $\frac{\mathrm{d}F(x)}{\mathrm{d}x} = f(x)$, dann ist F eine Stammfunktion von f.	☒

Lösungsschlüssel

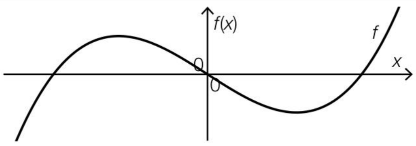
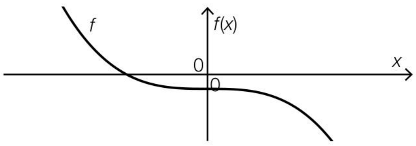
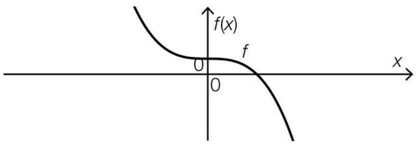
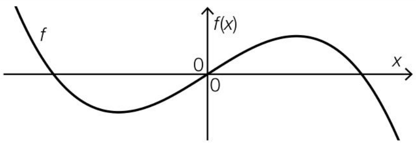
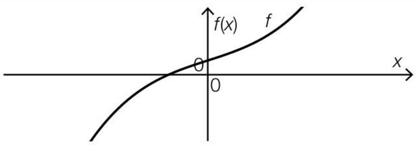
Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau vier Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Zweite Ableitung* - 1_1260, AN3.2, 2 aus 5

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der 2. Ableitung f'' einer Polynomfunktion 3. Grades f. Der Graph von f'' ist eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung verläuft.

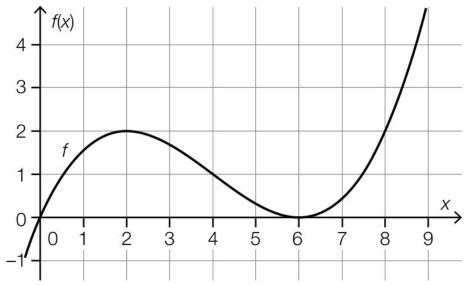


Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, die den Graphen einer solchen Polynomfunktion f darstellen können. *[2 aus 5]*

	☐
	☐
	☐
	☐
	☐

Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_1235, AN3.2, Lückentext

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Polynomfunktion 3. Grades f dargestellt. Alle lokalen Extremstellen und die Wendestelle von f sind ganzzahlig.



Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

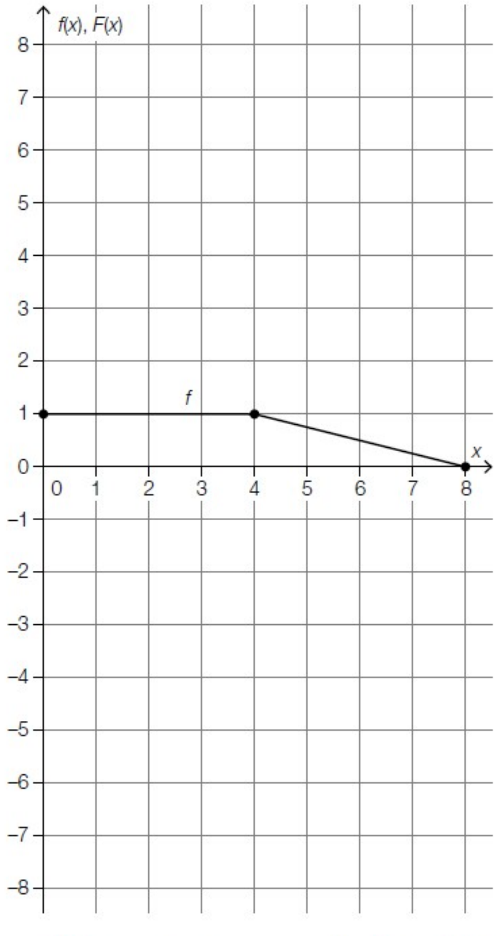
Der Graph der 1. Ableitung von f ______①______ und die Graphen aller Stammfunktionen von f ______②______ .

①	
schneidet die x-Achse an der Stelle $x = 4$	☐
ist im Intervall $(-\infty; 4)$ streng monoton fallend	☐
ist im Intervall $(-\infty; 4)$ rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt)	☐

②	
haben an der Stelle $x = 6$ eine Wendestelle mit waagrechter Tangente	☐
schneiden die x-Achse an der Stelle $x = 6$	☐
sind im Intervall $(2; 6)$ streng monoton fallend	☐

Stammfunktion* - 1_1194, AN3.2, Konstruktionsformat

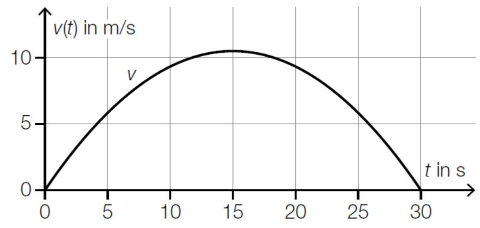
Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der reellen Funktion $f\colon [0; 8] \to \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$. Die Funktion F mit $F(0) = 0$ ist eine Stammfunktion von f. Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen von F im Intervall $[0; 8]$ unter Verwendung der Funktionswerte $F(0)$, $F(4)$ und $F(8)$.

Zeit-Geschwindigkeit-Funktion* - 1_892, AN3.2, 2 aus 5

Für die Bewegung eines bestimmten Körpers gibt $v(t)$ die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an (t in s, $v(t)$ in m/s). Der Graph von v ist im Zeitintervall [0; 30] in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Unten stehend sind Aussagen über die Zeit-Weg-Funktion s und die Zeit-Beschleunigung-Funktion a für diese Bewegung angeführt (t in s, $s(t)$ in m, $a(t)$ in m/s²).

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Es gilt: $s(10) < 10$.	☐
Es gibt einen Zeitpunkt $t_0 \in [0; 30]$ mit $a(t_0) = 0$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 15$ ist die Beschleunigung maximal.	☐
Es gilt: $s(30) - s(0) > 300$.	☐
Für alle $t_1, t_2 \in [0; 30]$ mit $t_2 > t_1$ gilt: $s(t_2) > s(t_1)$.	☐

Bestimmtes Integral* - 1_845, AN3.2, 1 aus 6

Die Funktion F ist eine Stammfunktion der Polynomfunktion f.

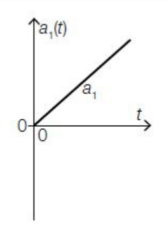
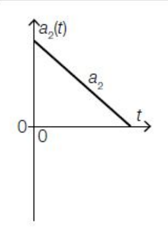
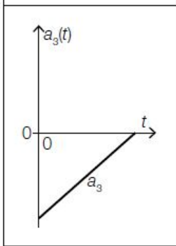
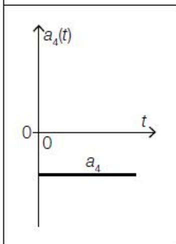
Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der in jedem Fall mit $\int_2^5 f(x)\,dx$ übereinstimmt. *[1 aus 6]*

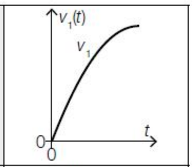
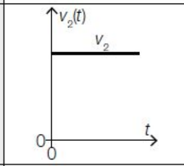
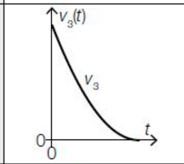
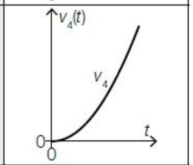
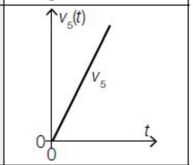
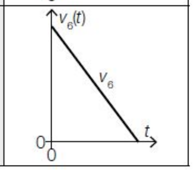
$\frac{F(5) - F(2)}{5 - 2}$	☐
$\frac{F(5) - F(2)}{F(2)}$	☐
$F(5) - F(2)$	☐
$F(5) + F(2)$	☐
$\frac{F(2) + F(5)}{2}$	☐
$\frac{F(5)}{F(2)}$	☐

Geschwindigkeit und Beschleunigung* - 1_724, AN3.2, Zuordnungsformat

Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von vier Beschleunigungsfunktionen (a_1, a_2, a_3, a_4) und von sechs Geschwindigkeitsfunktionen (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6) in Abhängigkeit von der Zeit t.

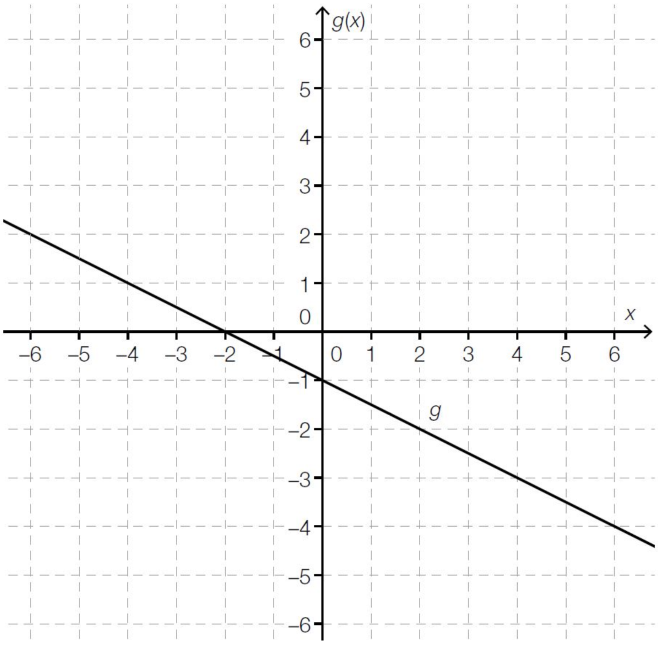
Ordnen Sie den vier Graphen von a_1 bis a_4 jeweils den zugehörigen Graphen von v_1 bis v_6 (aus A bis F) zu.

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Eigenschaften von Stammfunktionen* - 1_652, AN3.2, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer linearen Funktion g dargestellt.

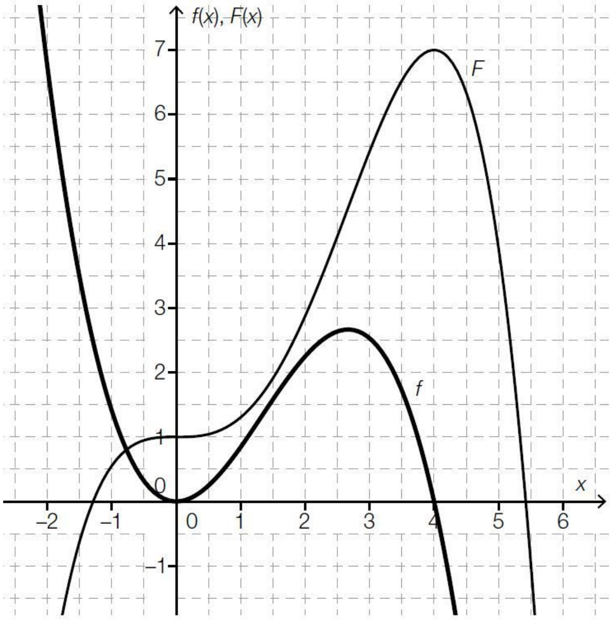


Kreuzen Sie die beiden für die Funktion g zutreffenden Aussagen an!

Jede Stammfunktion von g ist eine Polynomfunktion zweiten Grades.	☐
Jede Stammfunktion von g hat an der Stelle $x = -2$ ein lokales Minimum.	☐
Jede Stammfunktion von g ist im Intervall $(0; 2)$ streng monoton fallend.	☐
Die Funktion G mit $G(x) = -0{,}5$ ist eine Stammfunktion von g.	☐
Jede Stammfunktion von g hat mindestens eine Nullstelle.	☐

Flächeninhalt* - 1_604, AN3.2, Offenes Antwortformat

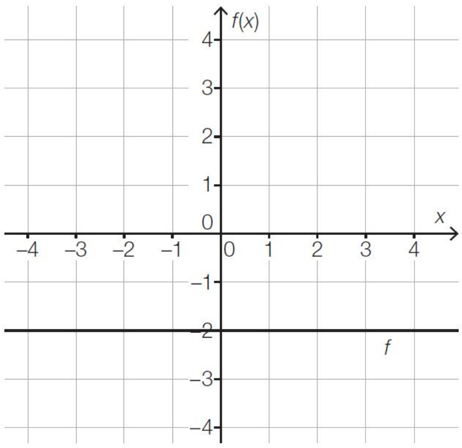
In der nachstehenden Abbildung sind der Graph einer Polynomfunktion f dritten Grades und der Graph einer ihrer Stammfunktionen F dargestellt.



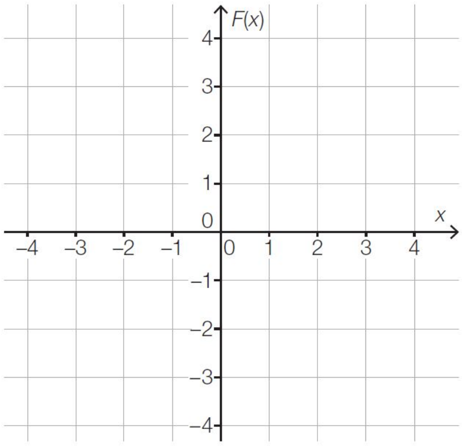
Der Graph von f und die positive x-Achse begrenzen im Intervall $[0; 4]$ ein endliches Flächenstück. Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Flächenstücks!

Stammfunktion einer konstanten Funktion* - 1_431, AN3.2, Konstruktionsformat

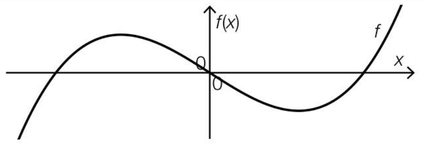
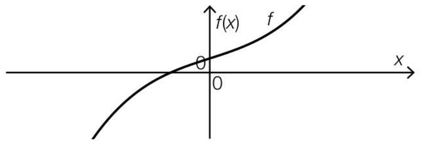
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer konstanten Funktion f dargestellt.



Der Graph einer Stammfunktion F von f verläuft durch den Punkt $P = (1|1)$.
Zeichnen Sie den Graphen der Stammfunktion F im nachstehenden Koordinatensystem ein!



Lösungserwartung: Zweite Ableitung* - 1_1260, AN3.2, 2 aus 5

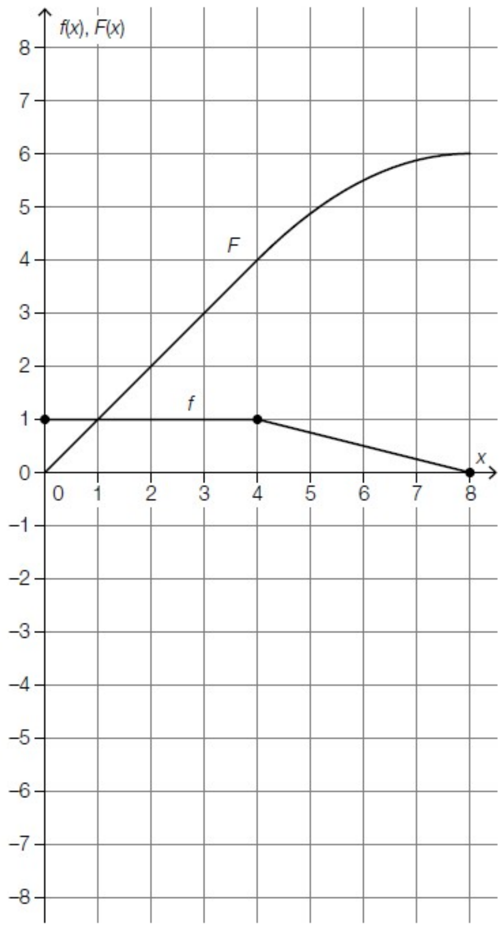
	☒
	☒

Lösungserwartung: Ableitungs- und Stammfunktion* - 1_1235, AN3.2, Lückentext

①	
ist im Intervall (–∞; 4) streng monoton fallend	☒

②	
haben an der Stelle $x = 6$ eine Wendestelle mit waagrechter Tangente	☒

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_1194, AN3.2, Konstruktionsformat



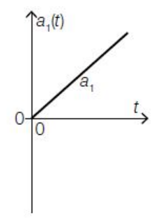
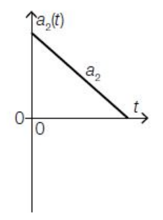
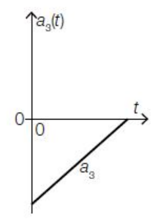
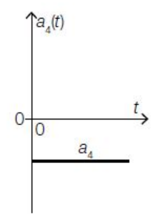
Lösungserwartung: Zeit-Geschwindigkeit-Funktion* - 1_892, AN3.2, 2 aus 5

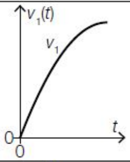
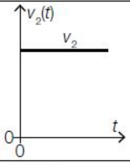
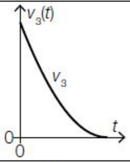
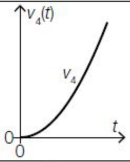
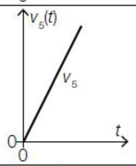
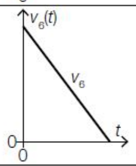
Es gibt einen Zeitpunkt $t_0 \in [0; 30]$ mit $a(t_0) = 0$.	☒
Für alle $t_1, t_2 \in [0; 30]$ mit $t_2 > t_1$ gilt: $s(t_2) > s(t_1)$.	☒

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_845, AN3.2, 1 aus 6

$F(5) - F(2)$	☒

Lösungserwartung: Geschwindigkeit und Beschleunigung* - 1_724, AN3.2, Zuordnungsformat

	D
	A
	C
	F

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Lösungserwartung: Eigenschaften von Stammfunktionen* - 1_652, AN3.2, 2 aus 5

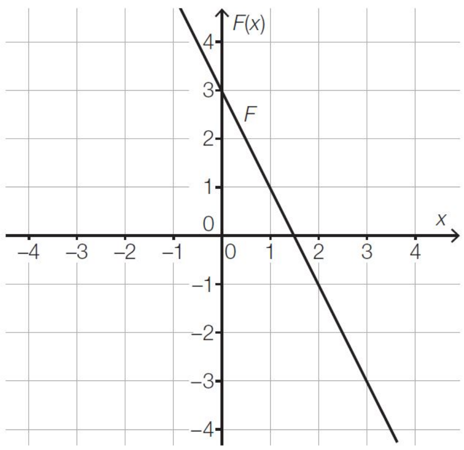
Jede Stammfunktion von g ist eine Polynomfunktion zweiten Grades.	☒
Jede Stammfunktion von g ist im Intervall (0; 2) streng monoton fallend.	☒

Lösungserwartung: Flächeninhalt* - 1_604, AN3.2, Offenes Antwortformat

Mögliche Vorgehensweise:
$F(4) - F(0) = 7 - 1 = 6$

Flächeninhalt dieses Flächenstücks: 6 FE

Lösungserwartung: Stammfunktion einer konstanten Funktion* - 1_431, AN3.2, Konstruktionsformat



Stammfunktion erkennen

Aufgabennummer: 1_171	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die Funktionen f und g und die Konstante $a \in \mathbb{R}^+$.

Es gilt der Zusammenhang $g'(x) = f(x)$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

f ist eine Stammfunktion von g.	☐
g ist eine Stammfunktion von f.	☐
$g - a$ ist eine Stammfunktion von f.	☐
$f + a$ ist eine Stammfunktion von g.	☐
$a \cdot g$ ist eine Stammfunktion von f.	☐

Lösungsweg

g ist eine Stammfunktion von f.	☒
$g - a$ ist eine Stammfunktion von f.	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn nur zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Gleiche Ableitungsfunktion

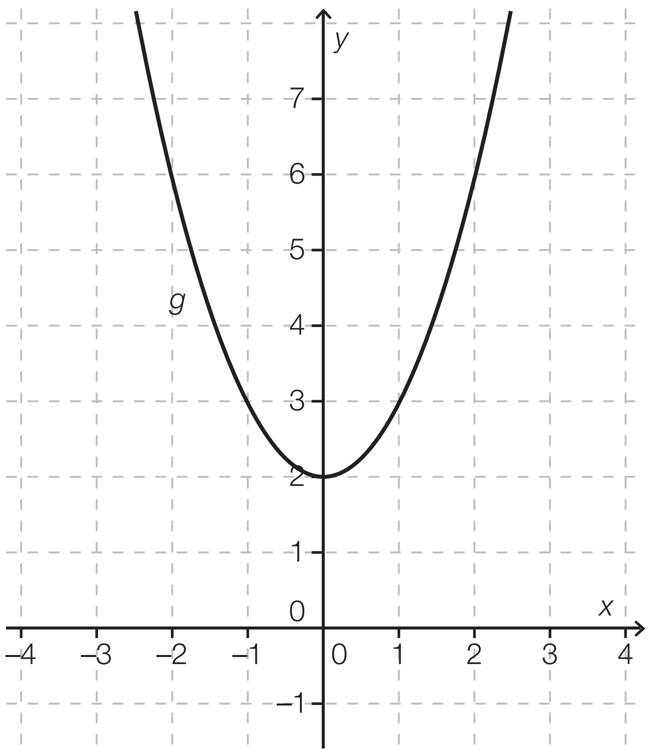
Aufgabennummer: 1_035	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AN 3.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

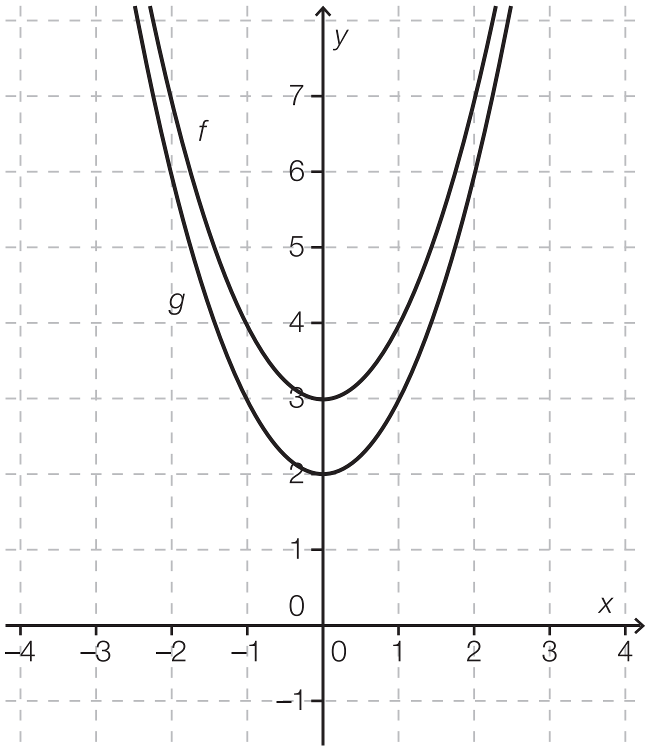
In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Funktion g dargestellt.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im vorgegebenen Koordinatensystem den Graphen einer Funktion f ($f \neq g$) ein, die die gleiche Ableitungsfunktion wie die Funktion g hat!



Möglicher Lösungsweg



Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn der Graph von f erkennbar durch eine Verschiebung in Richtung der y-Achse aus dem Graphen von g entsteht.

Funktion und Stammfunktion

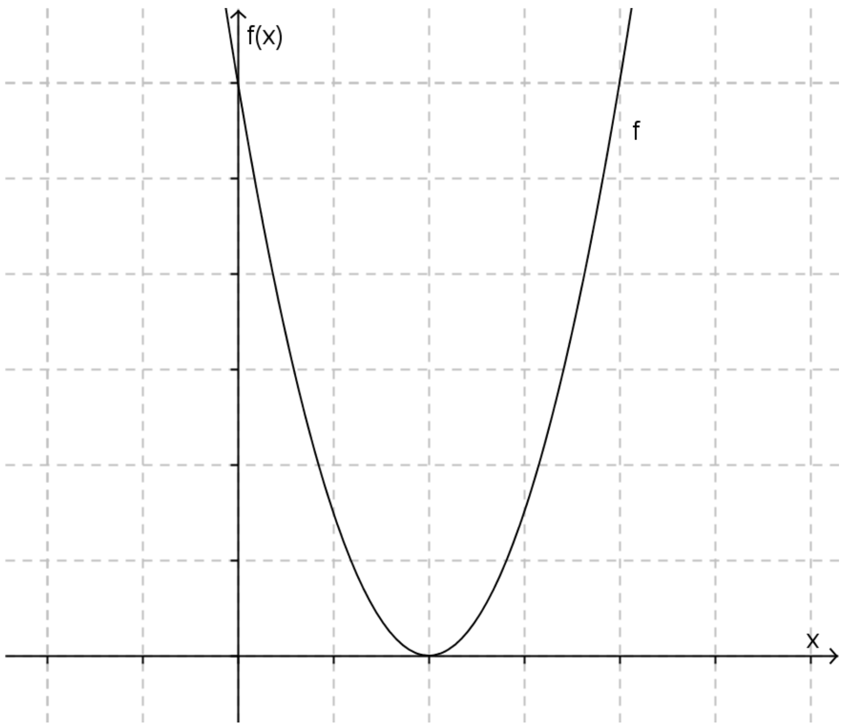
Aufgabennummer: 1_008	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AN 3.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

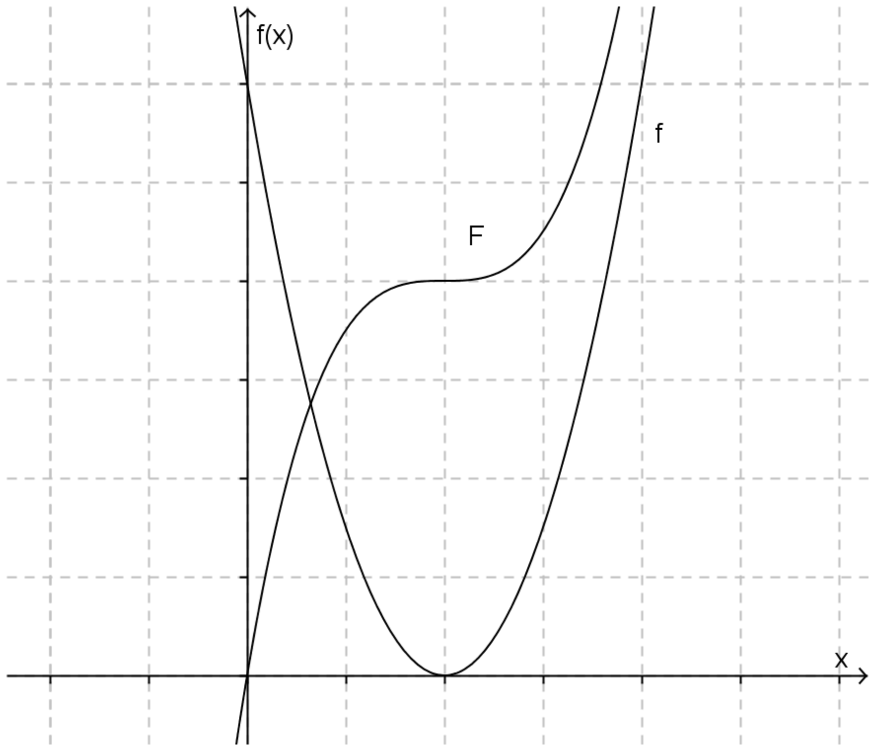
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion *f*.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer Stammfunktion *F* der Funktion *f* in die Abbildung ein!



Möglicher Lösungsweg

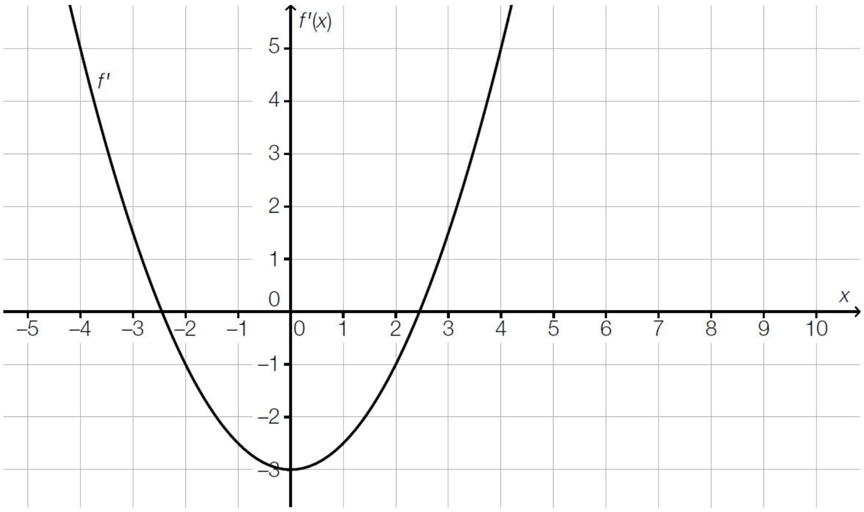


Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Graph der Funktion *F* im gesamten dargestellten Bereich monoton wachsend dargestellt wird und an der Stelle 2 einen deutlich erkennbaren Sattelpunkt aufweist.

Graph einer Ableitungsfunktion* - 1_430, AN3.3, 2 aus 5

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Die Funktion f' ist eine Polynomfunktion zweiten Grades.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

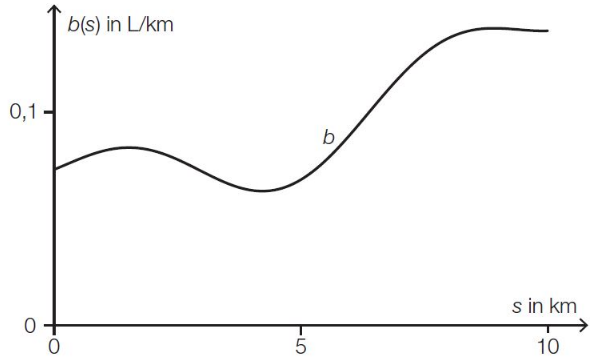
Die Funktion f ist eine Polynomfunktion dritten Grades.	☐
Die Funktion f ist im Intervall [0; 4] streng monoton steigend.	☐
Die Funktion f ist im Intervall [–4; –3] streng monoton fallend.	☐
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine Wendestelle.	☐
Die Funktion f ist im Intervall [–4; 4] linksgekrümmt.	☐

Lösungserwartung: Graph einer Ableitungsfunktion* - 1_430, AN3.3, 2 aus 5

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion dritten Grades.	☒
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine Wendestelle.	☒

Benzinverbrauch bei der Fahrt auf einer Landstraße* - 1_870, AN4.1, Offenes Antwortformat

Maria fährt mit ihrem Auto auf einer Landstraße eine Strecke von 10 km.
Die Funktion b gibt den momentanen Benzinverbrauch $b(s)$ (in L/km) in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke s (in km) seit Beginn der Fahrt an (siehe nachstehende Abbildung).



Der Ausdruck V hat die Einheit L/km und wird mithilfe der nachstehenden Formel berechnet.

$V = \frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} b(s)\,\mathrm{d}s$

Interpretieren Sie V im gegebenen Sachzusammenhang.

Fläche zwischen Graph und x-Achse* - 1_822, AN4.1, 2 aus 5

Gegeben ist eine Potenzfunktion $f: [0; 15] \to \mathbb{R}^+$.
Der Inhalt A derjenigen Fläche, die vom Graphen von f, von der x-Achse und von den beiden Geraden $x = 0$ und $x = 15$ begrenzt wird, kann durch den nachstehenden Ausdruck U näherungsweise berechnet werden.

$U = 5 \cdot (f(0) + f(5) + f(10))$

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph von f und – grau markiert – die Fläche, deren Inhalt durch den Ausdruck U berechnet wird, dargestellt.

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, mit denen der Flächeninhalt A besser als mit dem Ausdruck U angenähert werden kann.

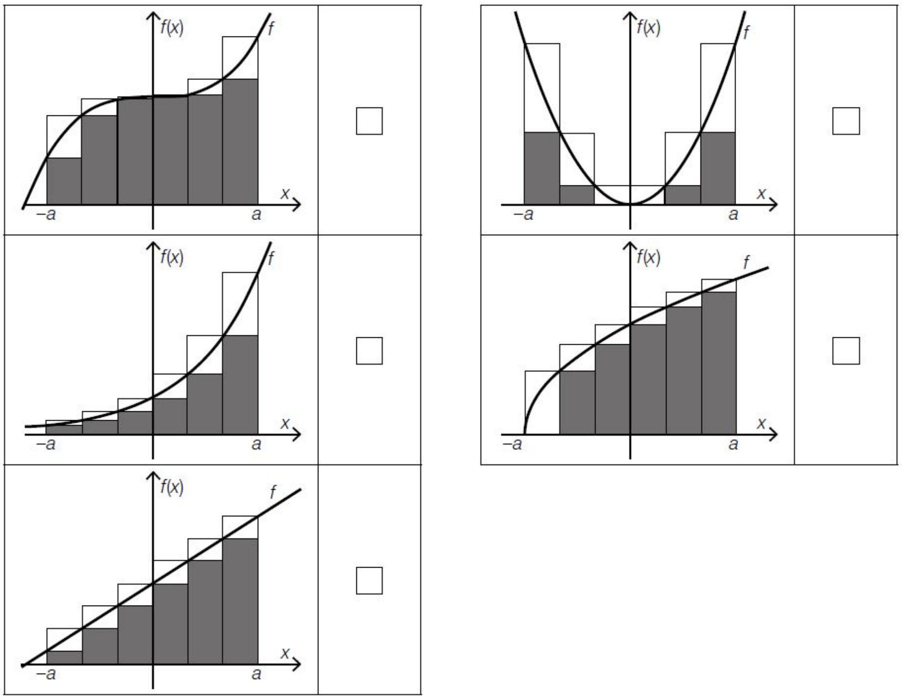
$5 \cdot (f(0) + f(5) + f(10) + f(15))$	☐
$2{,}5 \cdot (f(0) + f(2{,}5) + f(5) + f(7{,}5) + f(10) + f(12{,}5))$	☐
$\int_0^{15} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$f(0) \cdot 15$	☐
$f(15) \cdot 5$	☐

Untersumme und Obersumme* - 1_678, AN4.1, 2 aus 5

In den nachstehenden Abbildungen sind jeweils der Graph einer Funktion f sowie eine Untersumme U (= Summe der Flächeninhalte der dunkel markierten, gleich breiten Rechtecke) und eine Obersumme O (= Summe der Flächeninhalte der dunkel und hell markierten, gleich breiten Rechtecke) im Intervall $[-a; a]$ dargestellt.

Für zwei Funktionen, deren Graph nachstehend abgebildet ist, gilt bei konstanter Rechteckbreite im Intervall $[-a; a]$ die Beziehung $\int_{-a}^{a} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{O+U}{2}$.

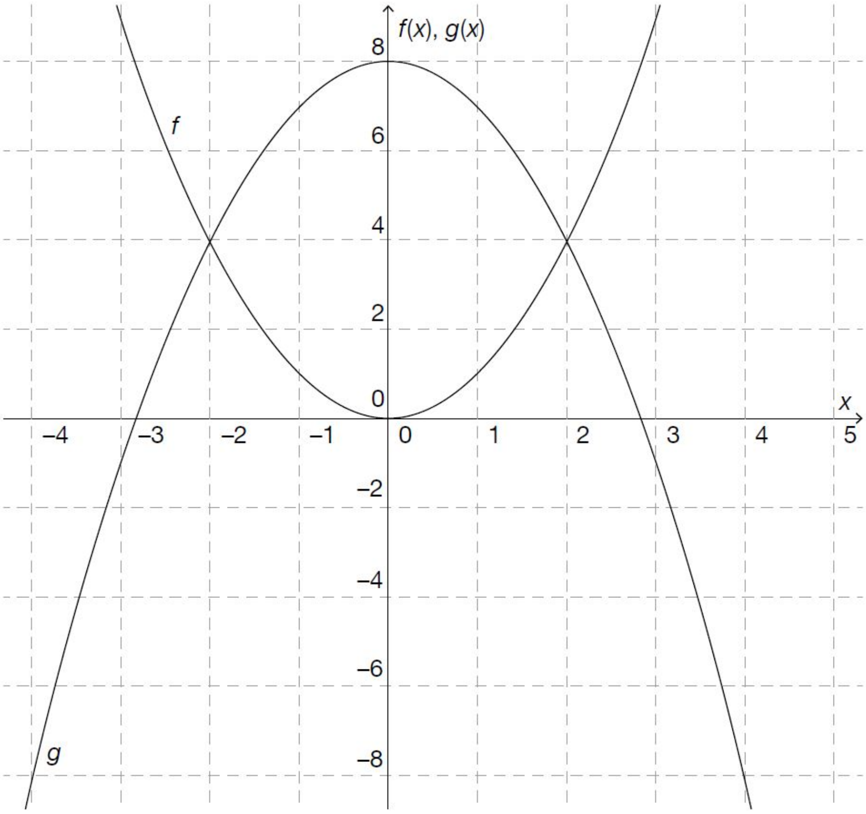
Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, bei denen die gegebene Beziehung erfüllt ist!



Schnitt zweier Funktionen* - 1_333, AN4.1, Konstruktionsformat

Gegeben sind die beiden reellen Funktionen f und g mit den Gleichungen $f(x) = x^2$ und $g(x) = -x^2 + 8$.

Im nachstehenden Koordinatensystem sind die Graphen der beiden Funktionen f und g dargestellt. Schraffieren Sie diejenige Fläche, deren Größe A mit $A = \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ berechnet werden kann!



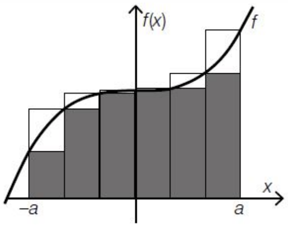
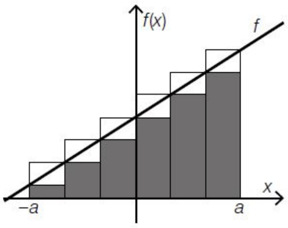
Lösungserwartung: Benzinverbrauch bei der Fahrt auf einer Landstraße* - 1_870, AN4.1, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck V gibt den durchschnittlichen Benzinverbrauch (in L/km) während der (10 km langen) Fahrt auf dieser Landstraße an.

Lösungserwartung: Fläche zwischen Graph und x-Achse* - 1_822, AN4.1, 2 aus 5

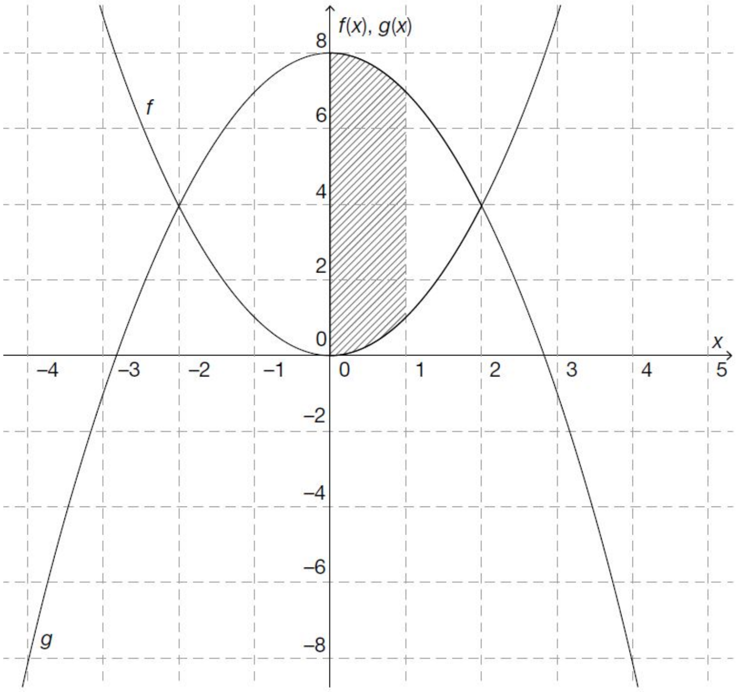
$2{,}5 \cdot (f(0) + f(2{,}5) + f(5) + f(7{,}5) + f(10) + f(12{,}5))$	☒
$\int_0^{15} f(x)\,\mathrm{d}x$	☒

Lösungserwartung: Untersumme und Obersumme* - 1_678, AN4.1, 2 aus 5

	☒		
	☒		

Lösungserwartung: Schnitt zweier Funktionen* - 1_333, AN4.1, Konstruktionsformat

Zu schraffieren ist das Flächenstück zwischen den Graphen f und g, der Geraden $x = 1$ sowie der senkrechten Koordinatenachse.

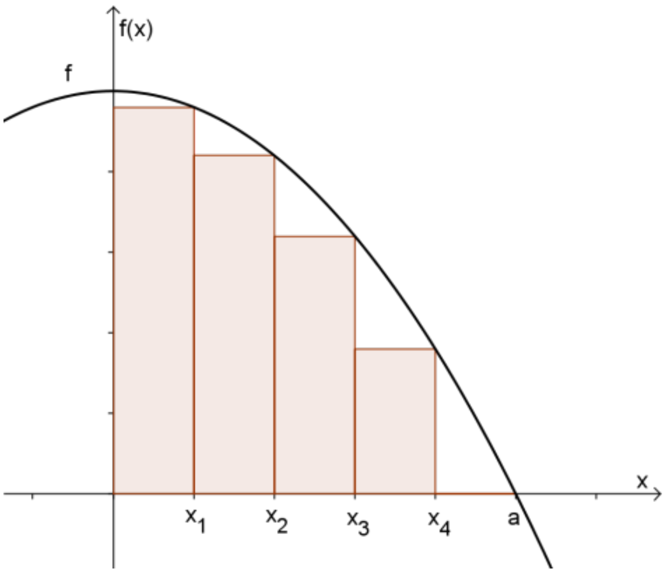


Untersumme

Aufgabennummer: 1_172	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 4.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Der Graph der in der nachstehenden Abbildung dargestellten Funktion *f* schließt mit der *x*-Achse im 1. Quadranten ein Flächenstück ein.



Der Inhalt *A* dieses Flächenstücks kann mit dem Ausdruck

$$f(x_1) \cdot \Delta x + f(x_2) \cdot \Delta x + f(x_3) \cdot \Delta x + f(x_4) \cdot \Delta x$$

näherungsweise berechnet werden.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die geometrische Bedeutung der Variablen Δx an und beschreiben Sie den Einfluss der Anzahl der Teilintervalle $[x_i;\ x_{i+1}]$ von $[0; a]$ auf die Genauigkeit des Näherungswertes für den Flächeninhalt *A*!

Möglicher Lösungsweg

Δx ist die Breite (bzw. „Länge“) der dargestellten Rechtecke. Je größer die Anzahl der Teilintervalle von $[0; a]$ ist, desto genauer ist der Näherungswert.

Lösungsschlüssel

Ein Punkt für eine richtige Deutung von Δx <u>und</u> eine sinngemäß richtige Beschreibung des Einflusses der Anzahl der Teilintervalle.

Erklärung des bestimmten Integrals

Aufgabennummer: 1_166	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 4.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Der Begriff des bestimmten Integrals soll erklärt werden.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Textbausteine so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Ein bestimmtes Integral kann als ___①___ einer/eines ___②___ gedeutet werden.

①	
Summe	☐
Produkt	☐
Grenzwert	☐

②	
Grenzwertes von Summen	☐
Summe von Produkten	☐
Produktes von Grenzwerten	☐

Lösungsweg

①	
Grenzwert	☒

②	
Summe von Produkten	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken ausschließlich der jeweils richtige Satzteil angekreuzt ist.

Bestimmtes Integral* - 1_894, AN4.2, Offenes Antwortformat

Die Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ hat eine bestimmte Stammfunktion F. Von dieser Stammfunktion F sind nachstehend einige Wertepaare gegeben.

x	$F(x)$
0	0
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15

Weiters ist die Funktion $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = f(x) + 2$ gegeben.

Berechnen Sie $\int_1^4 g(x)\,dx$.

Arbeit bei der Dehnung einer Schraubenfeder* - 1_823, AN4.2, Offenes Antwortformat

Eine Schraubenfeder mit der Federkonstanten $k = 40$ N/m wird aus der Gleichgewichtslage $s_0 = 0$ m um $h = 0{,}08$ m gedehnt.
Die dabei verrichtete Arbeit W (in Joule) wird mithilfe des nachstehenden Ausdrucks berechnet.

$W = \int_{s_0}^{s_0+h} k \cdot s\,ds$

Berechnen Sie die bei der oben beschriebenen Dehnung verrichtete Arbeit.

Bestimmen eines Koeffizienten* - 1_726, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

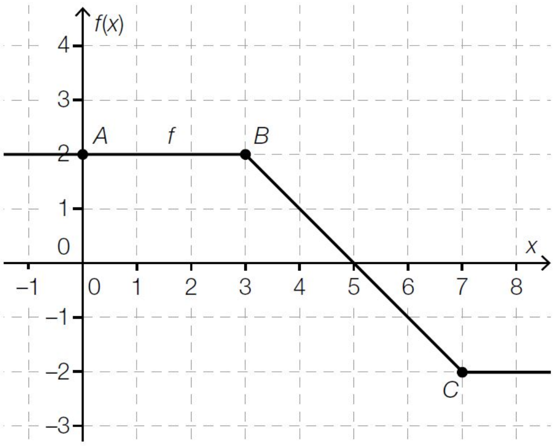
Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + 2$ mit $a \in \mathbb{R}$.

Geben Sie den Wert des Koeffizienten a so an, dass die Gleichung $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$ erfüllt ist.

a = ___________________________

Bestimmtes Integral* - 1_654, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer abschnittsweise linearen Funktion f dargestellt. Die Koordinaten der Punkte A, B und C des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.

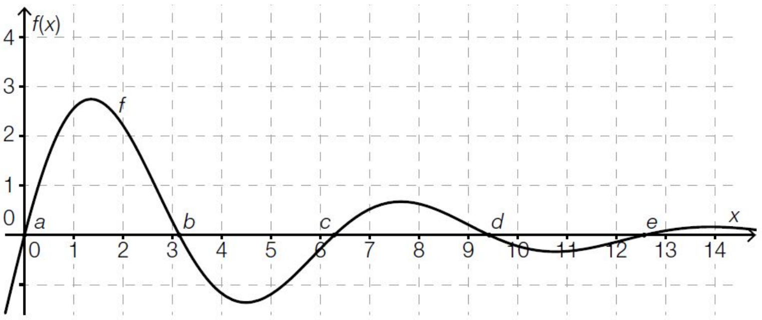


Ermitteln Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_0^7 f(x)\,dx$!

$\int_0^7 f(x)\,dx$ = ___________________________

Bestimmtes Integral* - 1_606, AN4.2, 2 aus 5

Der Graph einer Funktion f schneidet die x-Achse in einem gewissen Bereich an den Stellen a, b, c, d und e.



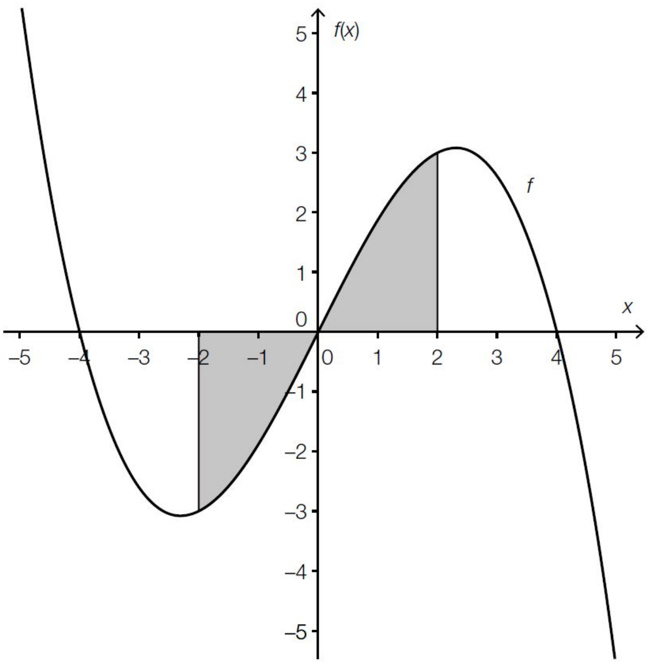
Welche der nachstehend angeführten bestimmten Integrale haben einen Wert, der größer als 0 ist?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden bestimmten Integrale an!

$\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_b^d f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_d^e f(x)\,\mathrm{d}x$	☐

Flächeninhalt* - 1_525, AN4.2, Offenes Antwortformat

Abgebildet ist ein Ausschnitt des Graphen der Polynomfunktion f mit $f(x) = -\frac{x^3}{8} + 2 \cdot x$.

Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall [–2; 2] ist grau markiert.



Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche!

Integral* - 1_501, AN4.2, 2 aus 5

Gegeben ist das bestimmte Integral $I = \int_0^a (25 \cdot x^2 + 3)\,\mathrm{d}x$ mit $a \in \mathbb{R}^+$.

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, die für alle $a > 0$ denselben Wert wie I haben!

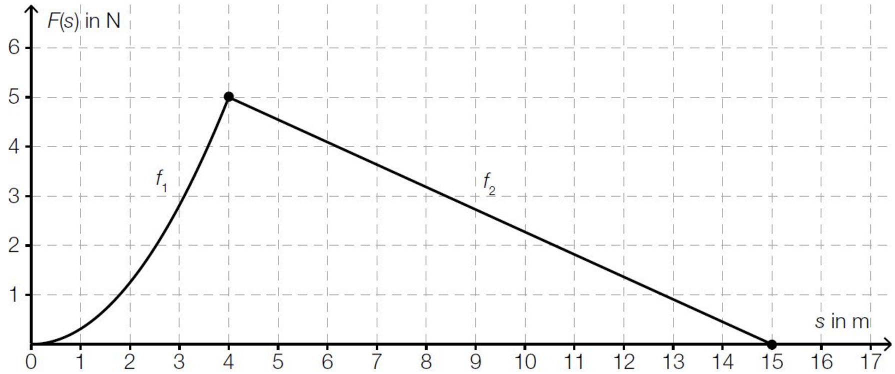
$25 \cdot \int_0^a x^2\,dx + \int_0^a 3\,dx$	☐
$\int_0^a 25\,dx \cdot \int_0^a x^2\,dx + \int_0^a 3\,dx$	☐
$\int_0^a 25 \cdot x^2\,dx + 3$	☐
$\frac{25 \cdot a^3}{3} + 3 \cdot a$	☐
$50 \cdot a$	☐

Arbeit beim Verschieben eines Massestücks* - 1_477, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft $F(s)$ in Newton (N) gemessen.

Im ersten Wegabschnitt wird $F(s)$ durch f_1 mit $f_1(s) = \frac{5}{16} \cdot s^2$ beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.

Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Ermitteln Sie die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von $s = 0$ m bis zu $s = 15$ m bewegt wird!

$W =$ ___________ J

Stammfunktion* - 1_453, AN4.2, 1 aus 6

Gegeben ist eine Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = e^{2 \cdot x}$.
Welche von den unten durch ihre Funktionsgleichungen angegebenen Funktionen F ist Stammfunktion von f und verläuft durch den Punkt $P = (0|1)$?
Kreuzen Sie die zutreffende Antwort an!

$F(x) = e^{2 \cdot x} + \frac{1}{2}$	☐
$F(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x} - 1$	☐
$F(x) = 2 \cdot e^{2 \cdot x}$	☐
$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2} + \frac{1}{2}$	☐
$F(x) = e^{2 \cdot x}$	☐
$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2}$	☐

Integrationsregeln* - 1_429, AN4.2, 2 aus 5

Zwei der nachstehend angeführten Gleichungen sind für alle Polynomfunktionen f und bei beliebiger Wahl der Integrationsgrenzen a und b (mit $a < b$) richtig.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int_a^b (f(x) + x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b x\,dx$	☐
$\int_a^b f(2 \cdot x)\,dx = \frac{1}{2} \cdot \int_a^b f(x)\,dx$	☐
$\int_a^b (1 - f(x))\,dx = x - \int_a^b f(x)\,dx$	☐
$\int_a^b (f(x) + 2)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + 2$	☐
$\int_a^b (3 \cdot f(x))\,dx = 3 \cdot \int_a^b f(x)\,dx$	☐

Funktionsgleichungen* - 1_381, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 3x^2 + 2$.
Geben Sie die Funktionsgleichungen von zwei verschiedenen Funktionen F_1 und F_2 an, deren Ableitungsfunktion die Funktion f ist!

$F_1(x) =$ ____

$F_2(x) =$ ____

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_894, AN4.2, Offenes Antwortformat

$$\int_1^4 g(x)\,dx = \int_1^4 (f(x) + 2)\,dx = (F(x) + 2 \cdot x)\Big|_1^4 = F(4) + 8 - (F(1) + 2) = 15$$

Lösungserwartung: Arbeit bei der Dehnung einer Schraubenfeder* - 1_823, AN4.2, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$$W = \int_0^{0{,}08} 40 \cdot s\,ds = 20 \cdot s^2 \Big|_0^{0{,}08} = 0{,}128$$

$\Rightarrow \quad W = 0{,}128$ Joule

Lösungserwartung: Bestimmen eines Koeffizienten* - 1_726, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

$a = -3$

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_654, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

$$\int_0^7 f(x)\,dx = 6$$

Lösungserwartung: Bestimmtes Integral* - 1_606, AN4.2, 2 aus 5

$\int_a^c f(x)dx$	☒
$\int_a^b f(x)dx$	☒

Lösungserwartung: Flächeninhalt* - 1_525, AN4.2, Offenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$$2 \cdot \int_0^2 f(x)\,dx = 7$$

Lösungserwartung: Integral* - 1_501, AN4.2, 2 aus 5

$25 \cdot \int_0^a x^2\,dx + \int_0^a 3\,dx$	☒
$\frac{25 \cdot a^3}{3} + 3 \cdot a$	☒

Lösungserwartung: Arbeit beim Verschieben eines Massestücks* - 1_477, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

$$W = \int_0^4 \frac{5}{16} \cdot s^2\,ds + \frac{5 \cdot 11}{2}$$

$W \approx 34{,}17$ J

Lösungserwartung: Stammfunktion* - 1_453, AN4.2, 1 aus 6

$F(x) = \frac{e^{2 \cdot x}}{2} + \frac{1}{2}$	☒

Lösungserwartung: Integrationsregeln* - 1_429, AN4.2, 2 aus 5

$\int_a^b (f(x) + x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b x\,\mathrm{d}x$	☒
$\int_a^b (3 \cdot f(x))\,\mathrm{d}x = 3 \cdot \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	☒

Lösungserwartung: Funktionsgleichungen* - 1_381, AN4.2, Halboffenes Antwortformat

$F_1(x) = x^3 + 2x$

$F_2(x) = x^3 + 2x + 1$

Integrationsregeln

Aufgabennummer: 1_227	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 4.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Es sei *f* eine reelle Funktion und *a* eine reelle Zahl.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int a \cdot f(x)\mathrm{d}x = a \cdot \int f(x)\mathrm{d}x$	☐
$\int f(a \cdot x)\mathrm{d}x = \int f(a)\mathrm{d}x \cdot \int f(x)\mathrm{d}x$	☐
$\int \big(a + f(x)\big)\mathrm{d}x = \int a \cdot \mathrm{d}x + \int f(x)\mathrm{d}x$	☐
$\int f(a + x)\mathrm{d}x = \int f(a)\mathrm{d}x + \int f(x)\mathrm{d}x$	☐
$\int f(x)^2\mathrm{d}x = \frac{f(x)^3}{3} + c$	☐

Lösung

$\int a \cdot f(x)\mathrm{d}x = a \cdot \int f(x)\mathrm{d}x$	☒
$\int \left(a + f(x)\right)\mathrm{d}x = \int a \cdot \mathrm{d}x + \int f(x)\mathrm{d}x$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Gleichungen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Integral berechnen

Aufgabennummer: 1_167	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 4.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie $\int (ah^3 + a^2)\,\mathrm{d}h$!

Möglicher Lösungsweg

$\frac{ah^4}{4} + a^2h + C$ (mit $C \in \mathbb{R}$)

Lösungsschlüssel

Ein Punkt für die angegebene oder eine dazu äquivalente Lösung (samt Integrationskonstante).

Unbestimmtes Integral

Aufgabennummer: 1_038	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: AN 4.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind Aussagen über die Lösung eines unbestimmten Integrals. Nur eine Rechnung ist richtig. Die Integrationskonstante wird in allen Fällen mit $c = 0$ angenommen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die korrekte Rechnung an!

$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = (6x + 5)^2$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 3x^2 + 5x$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = (6x + 15)^2$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 3 \cdot (x^2 + 5x)$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 3x^2 + 15$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 6x^2 + 15x$	☐

Lösungsweg

$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = (6x + 5)^2$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 3x^2 + 5x$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = (6x + 15)^2$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 3 \cdot (x^2 + 5x)$	☒
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 3x^2 + 15$	☐
$\int 3 \cdot (2x + 5)\mathrm{d}x = 6x^2 + 15x$	☐

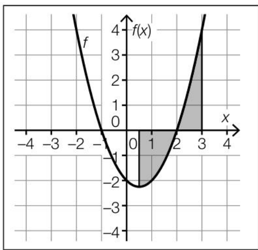
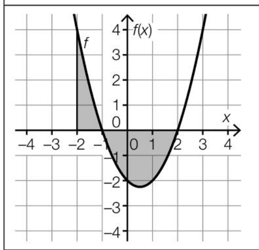
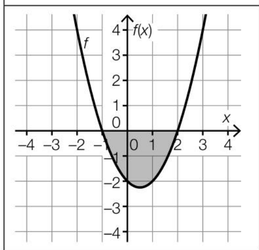
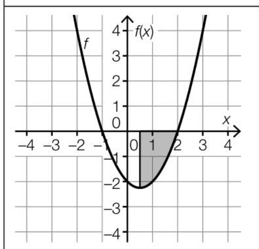
Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn ausschließlich die zutreffende Aussage angekreuzt ist.

Bestimmte Integrale* - 1_1261, AN4.3, Zuordnungsformat

Die vier unten stehenden Abbildungen zeigen jeweils den Graphen der quadratischen Funktion f.
Der Graph von f schneidet die x-Achse an den Stellen $x = -1$ und $x = 2$. Die lokale Minimumstelle von f liegt bei $x = 0{,}5$.

Ordnen Sie den grau markierten Flächen in den vier Abbildungen jeweils den entsprechenden Ausdruck zur Berechnung ihres Flächeninhalts aus A bis F zu.

A	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
B	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$
C	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
D	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
E	$\int_{-2}^{0,5} f(x)\,\mathrm{d}x$
F	$-2 \cdot \int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$

Pilzsporen* - 1_1237, AN4.3, Offenes Antwortformat

Pilze vermehren sich mithilfe von Sporen.

Bei einem Experiment bedecken zum Zeitpunkt $t = 0$ die Sporen eines bestimmten Pilzes eine Fläche mit einem Inhalt von 5 µm².

Die Funktion f modelliert die Geschwindigkeit, mit der sich die bedeckte Fläche vergrößert, in Abhängigkeit von der Zeit t.

t ... Zeit in h
$f(t)$ ... Geschwindigkeit, mit der sich die bedeckte Fläche vergrößert, zum Zeitpunkt t in µm²/h

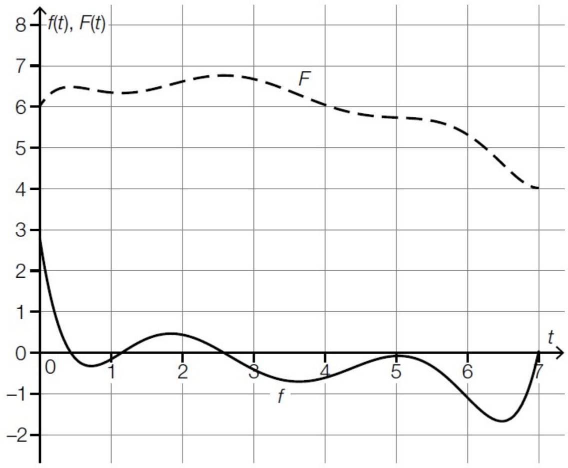
Interpretieren Sie $5 + \int_{0}^{3} f(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Gartenteich* - 1_1196, AN4.3, Lückentext

Die Funktion f beschreibt modellhaft die momentane Änderungsrate des Wasserstands eines bestimmten Gartenteichs in Abhängigkeit von der Zeit t.

t ... Zeit in Tagen
$f(t)$ ... momentane Änderungsrate des Wasserstands zum Zeitpunkt t in mm/Tag

Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f.



Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

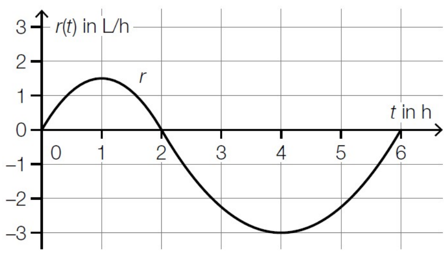
Das Integral $\int_0^7 f(t)\,dt$ hat den Wert ___①___ und beschreibt die ___②___ des Wasserstands im Zeitintervall [0; 7].

①	
2	☐
–2	☐
0	☐

②	
mittlere Änderungsrate	☐
relative Änderung	☐
absolute Änderung	☐

Zufluss und Abfluss* - 1_895, AN4.3, 2 aus 5

Die Flüssigkeitsmenge in einem bestimmten Gefäß ändert sich durch Zufluss und Abfluss.
Die reelle Funktion r ordnet jedem Zeitpunkt $t \in [0; 6]$ die momentane Änderungsrate $r(t)$ der Flüssigkeitsmenge in diesem Gefäß zu (t in h, $r(t)$ in L/h).



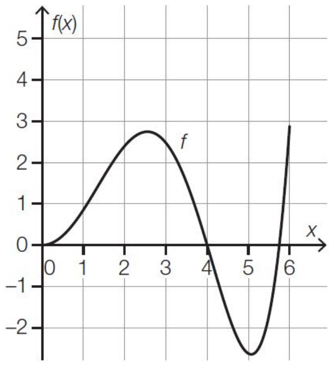
Dabei gilt:
$\int_0^2 r(t)\,dt = 2$ und $\int_2^6 r(t)\,dt = -8$

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Es ist möglich, dass sich zum Zeitpunkt $t = 0$ genau 5 L Flüssigkeit im Gefäß befinden.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ befinden sich genau 2 L Flüssigkeit im Gefäß.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die Flüssigkeitsmenge im Gefäß am größten.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 4$ befindet sich weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 6$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich um 6 L weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☐

Aussagen über bestimmte Integrale* - 1_871, AN4.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion *f* im Intervall [0; 6] dargestellt.



Unten stehend sind einige Aussagen über bestimmte Integrale der Funktion *f* gegeben.

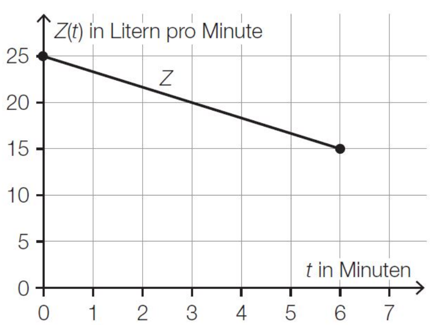
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$\int_0^4 f(x)\,dx > \int_0^5 f(x)\,dx$	☐
$\int_3^4 f(x)\,dx > \int_4^5 f(x)\,dx$	☐
$\int_0^6 f(x)\,dx > \int_0^4 f(x)\,dx$	☐
$\int_0^4 f(x)\,dx = 0$	☐
$\int_4^6 f(x)\,dx > 0$	☐

Wasserzufluss* - 1_847, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Ein Behälter wird innerhalb von 6 Minuten mit Wasser befüllt.
Die Zuflussrate gibt an, wie viel Liter Wasser pro Minute in den Behälter zufließen. Dabei nimmt die Zuflussrate $Z(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t linear ab.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion Z dargestellt (t in Minuten, $Z(t)$ in Litern pro Minute). Die gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser in diesen 6 Minuten in den Behälter zufließen.

____ Liter

Geschwindigkeitsfunktion* - 1_799, AN4.3, Offenes Antwortformat

Die Funktion v mit $v(t) = 0{,}5 \cdot t + 2$ ordnet für einen Körper jedem Zeitpunkt t die Geschwindigkeit $v(t)$ zu (t in s, $v(t)$ in m/s).

Folgende Berechnung wird durchgeführt:

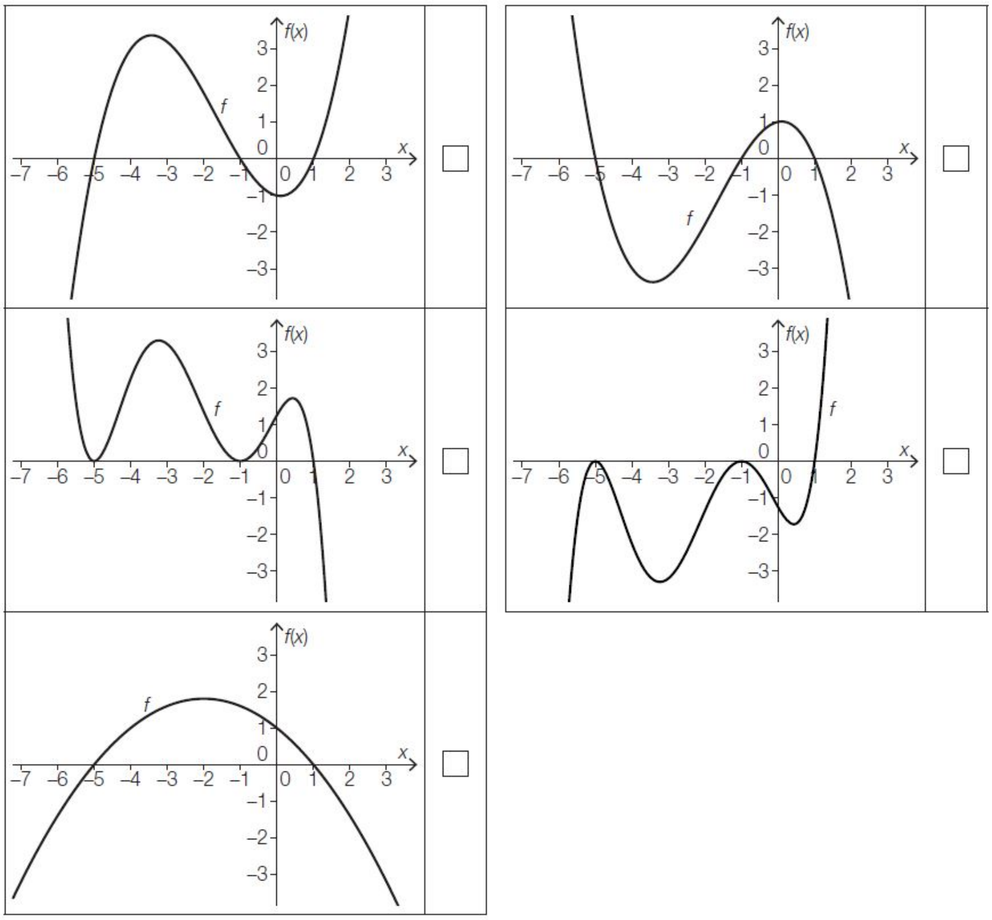
$$\int_1^5 (0{,}5 \cdot t + 2)\,\mathrm{d}t = 14$$

Formulieren Sie mit Bezug auf die Bewegung des Körpers eine Fragestellung, die mit der durchgeführten Berechnung beantwortet werden kann.

Vergleich bestimter Integrale* - 1_775, AN4.3, 2 aus 5

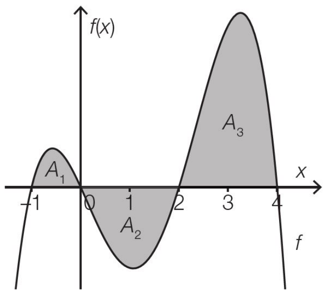
Gegeben sind fünf Abbildungen mit Graphen von Polynomfunktionen.

Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, für die gilt: $\int_{-5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x > \int_{-5}^{+1} f(x)\,\mathrm{d}x$.



Bestimmte Integrale* - 1_751, AN4.3, 2 aus 5

Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f mit den Nullstellen $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$ und $x_4 = 4$ dargestellt.
Für die mit A_1, A_2 und A_3 gekennzeichneten Flächeninhalte gilt:
$A_1 = 0{,}4$, $A_2 = 1{,}5$ und $A_3 = 3{,}2$.



Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die wahre Aussagen sind.

$\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 1{,}9$	☐
$\int_{0}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 1{,}7$	☐
$\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 5{,}1$	☐
$\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 1{,}5$	☐
$\int_{2}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 3{,}2$	☐

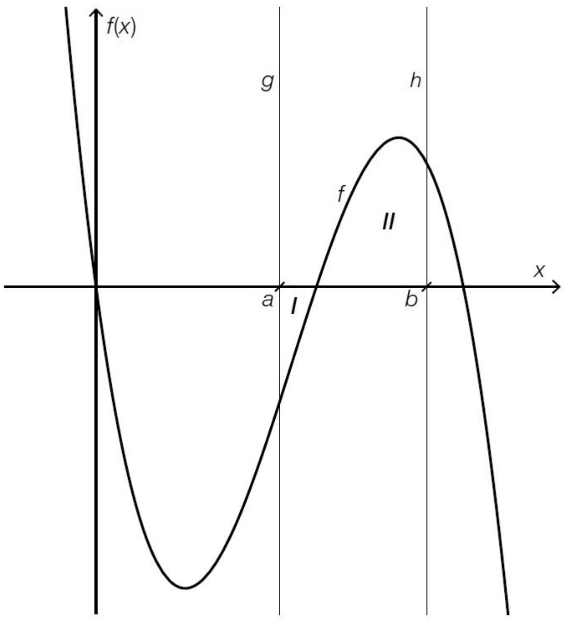
Wurfhöhe eines Körpers* - 1_727, AN4.3, Offenes Antwortformat

Ein Körper wird aus einer Höhe von 1 m über dem Erdboden senkrecht nach oben geworfen. Die Geschwindigkeit des Körpers nach t Sekunden wird modellhaft durch die Funktion v mit $v(t) = 15 - 10 \cdot t$ beschrieben ($v(t)$ in Metern pro Sekunde, t in Sekunden).
Geben Sie diejenige Höhe (in Metern) über dem Erdboden an, in der sich der Körper nach 2 s befindet.

Flächeninhalte* - 1_703, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und zwei markierte Flächenstücke.

Der Graph der Funktion f, die x-Achse und die Gerade g mit der Gleichung $x = a$ schließen das Flächenstück ***I*** mit dem Inhalt A_1 ein.
Der Graph der Funktion f, die x-Achse und die Gerade h mit der Gleichung $x = b$ schließen das Flächenstück ***II*** mit dem Inhalt A_2 ein.

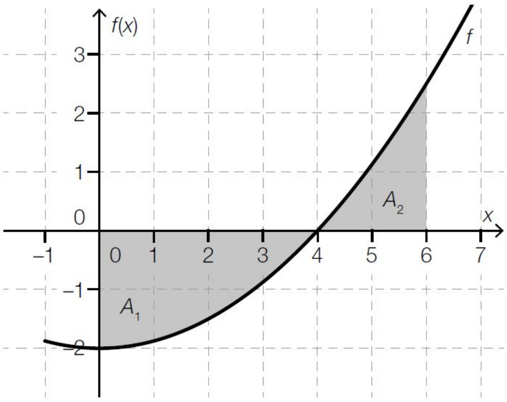


Geben Sie das bestimmte Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ mithilfe der Flächeninhalte A_1 und A_2 an!

$\int_a^b f(x)\,dx =$ ____

Wert eines bestimmten Integrals* - 1_679, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Nachstehend ist der Graph einer Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dargestellt. Zusätzlich sind zwei Flächen gekennzeichnet.
Die Fläche A_1 wird vom Graphen der Funktion f und von der x-Achse im Intervall [0; 4] begrenzt und hat einen Flächeninhalt von $\frac{16}{3}$ Flächeneinheiten.
Die Fläche A_2 wird vom Graphen der Funktion f und von der x-Achse im Intervall [4; 6] begrenzt und hat einen Flächeninhalt von $\frac{7}{3}$ Flächeneinheiten.



Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_0^6 f(x)\,dx$ an!

$\int_0^6 f(x)\,dx =$ ____________

Beschleunigung* - 1_655, AN4.3, 1 aus 6

Die Funktion a beschreibt die Beschleunigung eines sich in Bewegung befindlichen Objekts in Abhängigkeit von der Zeit t im Zeitintervall $[t_1; t_1 + 4]$. Die Beschleunigung $a(t)$ wird in m/s², die Zeit t in s angegeben.

Es gilt:

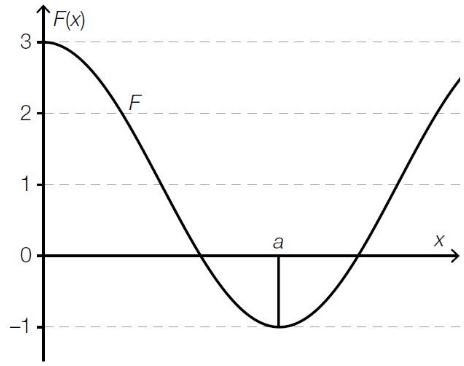
$\int_{t_1}^{t_1+4} a(t)\,dt = 2$

Eine der nachstehenden Aussagen interpretiert das angegebene bestimmte Integral korrekt.
Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an!

Das Objekt legt im gegebenen Zeitintervall 2 m zurück.	☐
Die Geschwindigkeit des Objekts am Ende des gegebenen Zeitintervalls beträgt 2 m/s.	☐
Die Beschleunigung des Objekts ist am Ende des gegebenen Zeitintervalls um 2 m/s² höher als am Anfang des Intervalls.	☐
Die Geschwindigkeit des Objekts hat in diesem Zeitintervall um 2 m/s zugenommen.	☐
Im Mittel erhöht sich die Geschwindigkeit des Objekts im gegebenen Zeitintervall pro Sekunde um 2 m/s.	☐
Im gegebenen Zeitintervall erhöht sich die Beschleunigung des Objekts pro Sekunde um $\frac{2}{4}$ m/s².	☐

Wert eines bestimmten Integrals* - 1_631, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Von einer reellen Funktion f ist der Graph einer Stammfunktion F abgebildet.



Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals $I = \int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$ an!

$I =$ ______________________________

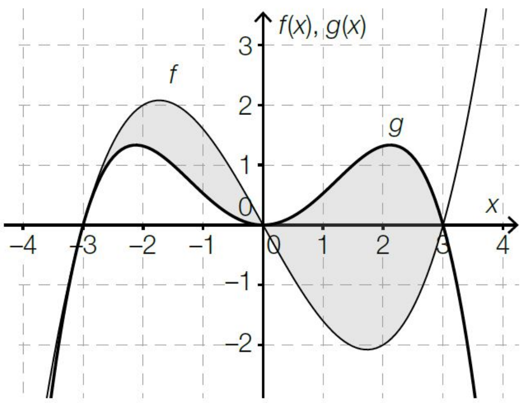
Schadstoffausstoß* - 1_607, AN4.3, Offenes Antwortformat

An einem Wintertag wird der Schadstoffausstoß eines Kamins gemessen.
Die Funktion $A: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ beschreibt in Abhängigkeit von der Zeit t den momentanen Schadstoffausstoß $A(t)$, wobei $A(t)$ in Gramm pro Stunde und t in Stunden ($t = 0$ entspricht 0 Uhr) gemessen wird.

Deuten Sie den Ausdruck $\int_7^{15} A(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Kontext!

Flächeninhaltsberechnung* - 1_583, AN4.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Polynomfunktionen f und g dargestellt. Diese schneiden einander an den Stellen –3, 0 und 3 und begrenzen die beiden grau markierten Flächenstücke.

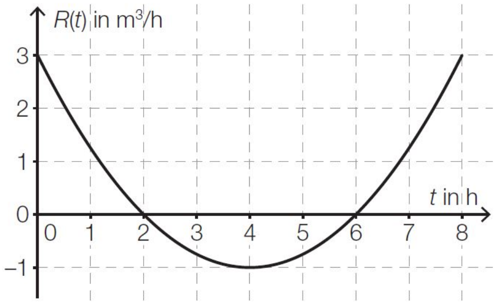


Welche der nachstehenden Gleichungen geben den Inhalt A der (gesamten) grau markierten Fläche an? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$A = \left\lvert \int_{-3}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\rvert$	☐
$A = 2 \cdot \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$	☐
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$	☐
$A = \left\lvert \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\rvert + \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$	☐
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x + \left\lvert \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x \right\rvert$	☐

Wassermenge in einem Behälter* - 1_548, AN4.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate R der Wassermenge in einem Behälter (in m^3/h) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen über die Wassermenge im Behälter an!

Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt $t = 2$.	☐
Im Zeitintervall (6; 8) nimmt die Wassermenge im Behälter zu.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ befindet sich kein Wasser im Behälter.	☐
Im Zeitintervall (0; 2) nimmt die Wassermenge im Behälter ab.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 4$ befindet sich am wenigsten Wasser im Behälter.	☐

Tachograph* - 1_524, AN4.3, Offenes Antwortformat

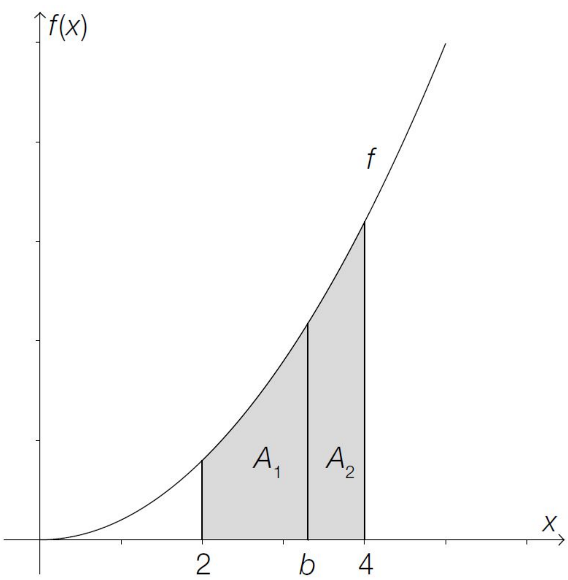
Mithilfe eines Tachographen kann die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs in Abhängigkeit von der Zeit aufgezeichnet werden. Es sei $v(t)$ die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t.
Die Zeit wird in Stunden (h) angegeben, die Geschwindigkeit in Kilometern pro Stunde (km/h).

Ein Fahrzeug startet zum Zeitpunkt $t = 0$.
Geben Sie die Bedeutung der Gleichung $\int_0^{0,5} v(t)\,dt = 40$ unter Verwendung der korrekten Einheiten im gegebenen Kontext an!

Halbierung einer Fläche* - 1_500, AN4.3, Offenes Antwortformat

Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = x^2$.

Berechnen Sie die Stelle b so, dass die Fläche zwischen der x-Achse und dem Graphen der Funktion f im Intervall [2; 4] in zwei gleich große Flächen A_1 und A_2 geteilt wird (siehe Abbildung)!

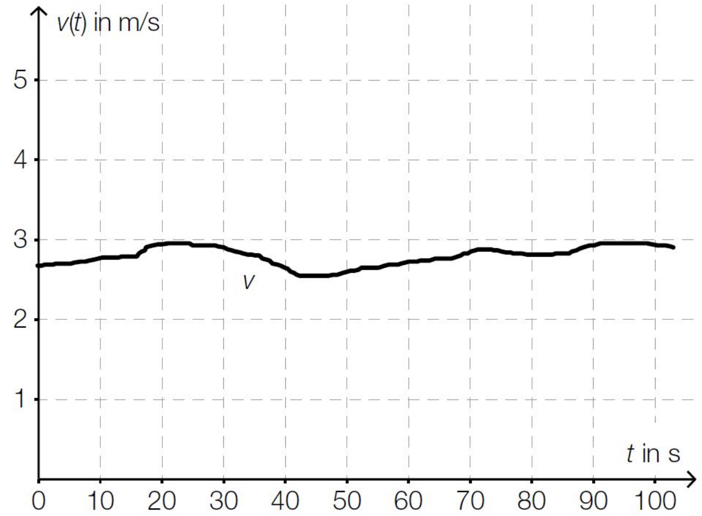


Integral* - 1_476, AN4.3, Offenes Antwortformat

Gegeben ist die Potenzfunktion f mit $f(x) = x^3$.
Geben Sie eine Bedingung für die Integrationsgrenzen b und c ($b \neq c$) so an, dass $\int_b^c f(x)\,dx = 0$ gilt!

Wasserversorgung* - 1_452, AN4.3, Offenes Antwortformat

Wasser fließt durch eine Wasserleitung, wobei $v(t)$ die Geschwindigkeit des Wassers zum Zeitpunkt t ist. Die Geschwindigkeit $v(t)$ wird in m/s, die Zeit t in s gemessen, der Inhalt der Querschnittsfläche Q des Rohres wird in m² gemessen. Im nachstehenden Diagramm ist die Abhängigkeit der Geschwindigkeit $v(t)$ von der Zeit t dargestellt.



Geben Sie an, welche Größe durch den Ausdruck $Q \cdot \int_{10}^{40} v(t)\,dt$ in diesem Zusammenhang berechnet werden kann!

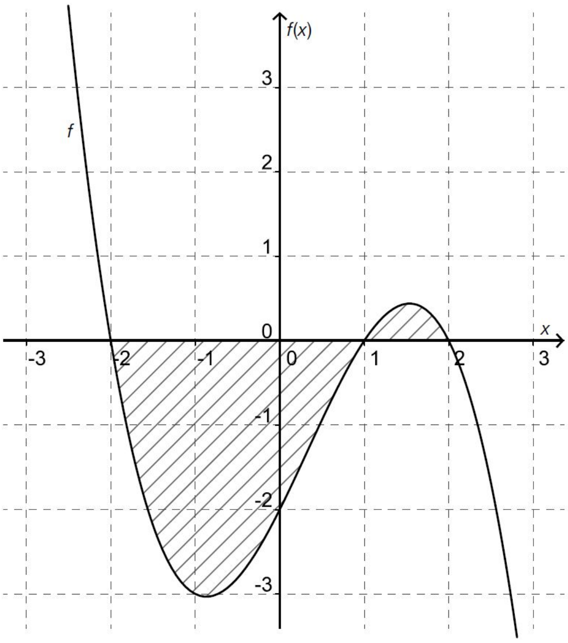
Durchflussrate* - 1_428, AN4.3, Offenes Antwortformat

In einem Wasserrohr wird durch einen Sensor die Durchflussrate (= Durchflussmenge pro Zeiteinheit) gemessen. Die Funktion D ordnet jedem Zeitpunkt t die Durchflussrate $D(t)$ zu. Dabei wird t in Minuten und $D(t)$ in Litern pro Minute angegeben.

Geben Sie die Bedeutung der Zahl $\int_{60}^{120} D(t)\,dt$ im vorliegenden Kontext an!

Integral einer Funktion f* - 1_404, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Polynomfunktion f. Alle Nullstellen sind ganzzahlig. Die Fläche, die vom Graphen der Funktion f und der x-Achse begrenzt wird, ist schraffiert dargestellt. A bezeichnet die Summe der beiden schraffierten Flächeninhalte.

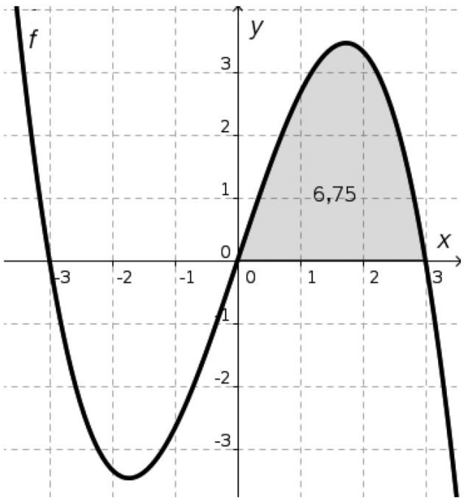


Geben Sie einen korrekten Ausdruck für A mithilfe der Integralschreibweise an!

A = ____

Integral* - 1_380, AN4.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer punktsymmetrischen Funktion f (das bedeutet: $f(-x) = -f(x)$) dargestellt. Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall [0; 3] ist grau unterlegt. Ihre Maßzahl beträgt 6,75.

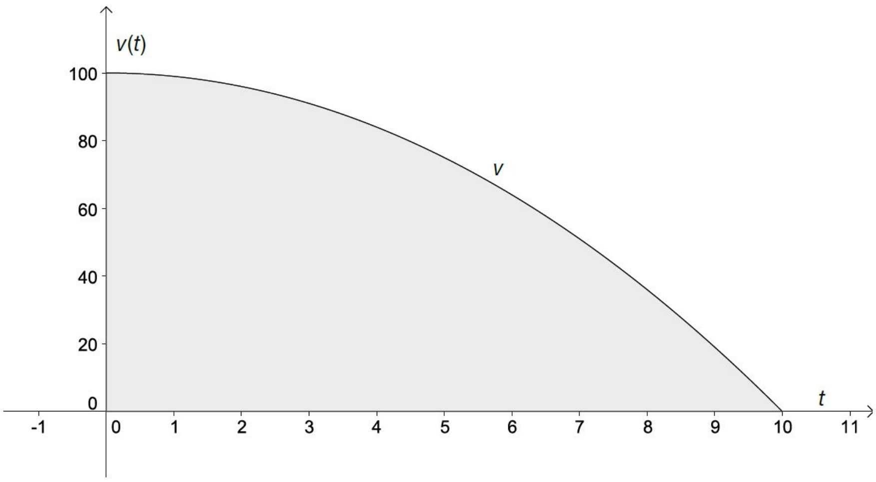


Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int_0^3 f(x)\,dx = 6{,}75$	☐
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = 13{,}5$	☐
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = -13{,}5$	☐
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = 0$	☐
$\int_{-3}^0 f(x)\,dx = 6{,}75$	☐

Geschwindigkeitsfunktion* - 1_356, AN4.3, Offenes Antwortformat

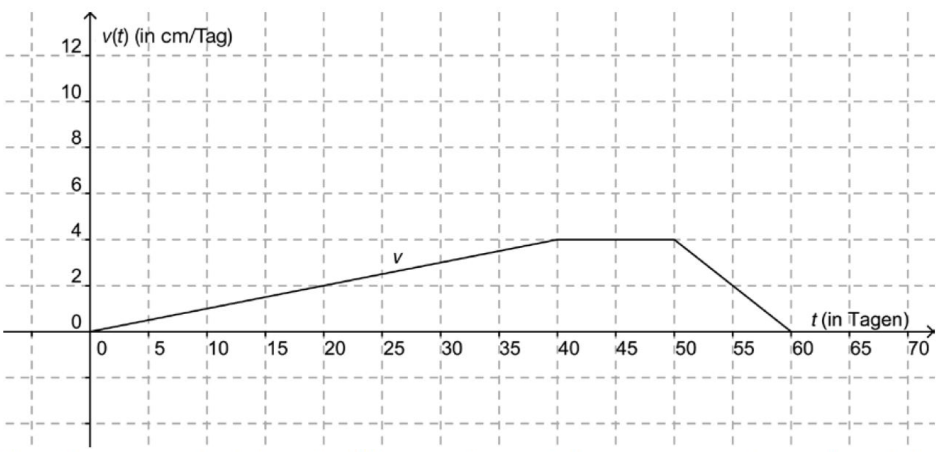
Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion v, die die Geschwindigkeit $v(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden) modelliert.



Geben Sie an, was die Aussage $\int_0^5 v(t)\,dt > \int_5^{10} v(t)\,dt$ im vorliegenden Kontext bedeutet!

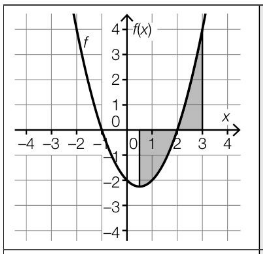
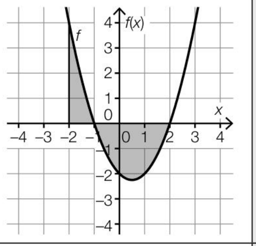
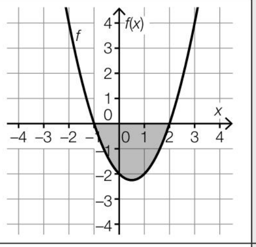
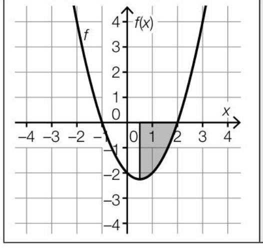
Pflanzenwachstum* - 1_332, AN4.3, Offenes Antwortformat

Die unten stehende Abbildung beschreibt näherungsweise das Wachstum einer schnellwüchsigen Pflanze. Sie zeigt die Wachstumsgeschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t während eines Zeitraums von 60 Tagen.



Geben Sie an, um wie viel cm die Pflanze in diesem Zeitraum insgesamt gewachsen ist!

Lösungserwartung: Bestimmte Integrale* - 1_1261, AN4.3, Zuordnungsformat

	B
	D
	F
	A

A	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
B	$-\int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$
C	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
D	$\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$
E	$\int_{-2}^{0,5} f(x)\,\mathrm{d}x$
F	$-2 \cdot \int_{0,5}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$

Lösungserwartung: Pilzsporen* - 1_1237, AN4.3, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck beschreibt den Inhalt der Fläche, die von den Sporen dieses Pilzes 3 h nach Beginn der Beobachtung bedeckt wird (in µm²).

Lösungserwartung: Gartenteich* - 1_1196, AN4.3, Lückentext

①	
–2	☒

②	
absolute Änderung	☒

Lösungserwartung: Zufluss und Abfluss* - 1_895, AN4.3, 2 aus 5

Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die Flüssigkeitsmenge im Gefäß am größten.	☒
Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich um 6 L weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☒

Lösungserwartung: Aussagen über bestimmte Integrale* - 1_871, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^4 f(x)\,dx > \int_0^5 f(x)\,dx$	☒
$\int_3^4 f(x)\,dx > \int_4^5 f(x)\,dx$	☒

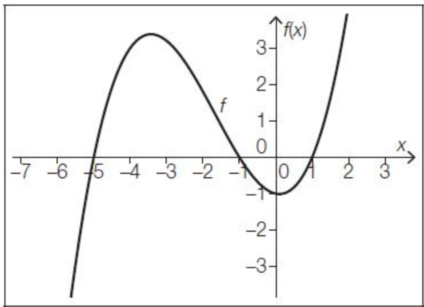
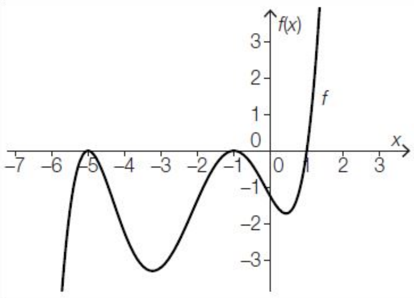
Lösungserwartung: Wasserzufluss* - 1_847, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

120 Liter

Lösungserwartung: Geschwindigkeitsfunktion* - 1_799, AN4.3, Offenes Antwortformat

mögliche Fragestellung:
Welche Wegstrecke legt der Körper im Zeitintervall von $t_1 = 1$ s bis $t_2 = 5$ s zurück?

Lösungserwartung: Vergleich bestimter Integrale* - 1_775, AN4.3, 2 aus 5

	☒		
			☒

Lösungserwartung: Bestimmte Integrale* - 1_751, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 1{,}7$	☒
$\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3{,}2$	☒

Lösungserwartung: Wurfhöhe eines Körpers* - 1_727, AN4.3, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:
$v(t) = 15 - 10 \cdot t$
$s(t) = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2 + h_0$
$s(0) = 1 = h_0$
$s(t) = 15 \cdot t - 5 \cdot t^2 + 1$
$s(2) = 30 - 20 + 1 = 11$

Der Körper befindet sich nach 2 s in einer Höhe von 11 m über dem Erdboden.

Lösungserwartung: Flächeninhalte* - 1_703, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = A_2 - A_1$

Lösungserwartung: Wert eines bestimmten Integrals* - 1_679, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

$\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$

Lösungserwartung: Beschleunigung* - 1_655, AN4.3, 1 aus 6

Die Geschwindigkeit des Objekts hat in diesem Zeitintervall um 2 m/s zugenommen.	☒

Lösungserwartung: Wert eines bestimmten Integrals* - 1_631, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

$I = -4$

Lösungserwartung: Schadstoffausstoß* - 1_607, AN4.3, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck gibt den gesamten Schadstoffausstoß (in Gramm) von 7 Uhr bis 15 Uhr an.

Lösungserwartung: Flächeninhaltsberechnung* - 1_583, AN4.3, 2 aus 5

$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,dx + \int_{0}^{3} (g(x) - f(x))\,dx$	☒
$A = \int_{-3}^{0} (f(x) - g(x))\,dx + \left\lvert \int_{0}^{3} (f(x) - g(x))\,dx \right\rvert$	☒

Lösungserwartung: Wassermenge in einem Behälter* - 1_548, AN4.3, 2 aus 5

Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt $t = 2$.	☒
Im Zeitintervall (6; 8) nimmt die Wassermenge im Behälter zu.	☒

Lösungserwartung: Tachograph* - 1_524, AN4.3, Offenes Antwortformat

Diese Gleichung sagt aus, dass das Fahrzeug in der ersten halben Stunde (bzw. im Zeitintervall [0 h; 0,5 h]) 40 km zurückgelegt hat.

Lösungserwartung: Halbierung einer Fläche* - 1_500, AN4.3, Offenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$$\int_{2}^{b} x^2\,dx = \int_{b}^{4} x^2\,dx \;\Rightarrow\; \frac{b^3}{3} - \frac{2^3}{3} = \frac{4^3}{3} - \frac{b^3}{3}$$

$b = \sqrt[3]{36}$

Lösungserwartung: Integral* - 1_476, AN4.3, Offenes Antwortformat

$b = -c$

Lösungserwartung: Wasserversorgung* - 1_452, AN4.3, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck gibt die Wassermenge (in m^3) an, die vom Zeitpunkt $t = 10$ bis zum Zeitpunkt $t = 40$ durch die Leitung fließt.

Lösungserwartung: Durchflussrate* - 1_428, AN4.3, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck beschreibt die durch das Rohr geflossene Wassermenge (in Litern) vom Zeitpunkt $t = 60$ bis zum Zeitpunkt $t = 120$.

Lösungserwartung: Integral einer Funktion f* - 1_404, AN4.3, Halboffenes Antwortformat

$$A = \int_{1}^{2} f(x)\,dx - \int_{-2}^{1} f(x)\,dx$$

oder:

$$A = \int_{-2}^{2} \lvert f(x) \rvert\,dx$$

Lösungserwartung: Integral* - 1_380, AN4.3, 2 aus 5

$\int_0^3 f(x)\,dx = 6{,}75$	☒
$\int_{-3}^3 f(x)\,dx = 0$	☒

Lösungserwartung: Geschwindigkeitsfunktion* - 1_356, AN4.3, Offenes Antwortformat

Die zurückgelegte Wegstrecke ist in den ersten 5 Sekunden größer als in den zweiten 5 Sekunden.

Lösungserwartung: Pflanzenwachstum* - 1_332, AN4.3, Offenes Antwortformat

$$\frac{40 \cdot 4}{2} + 10 \cdot 4 + \frac{10 \cdot 4}{2} = 140$$

Die Pflanze wächst in diesen 60 Tagen 140 cm.

Ein weiterer (sehr aufwendiger) Lösungsweg wäre die Berechnung der Funktionsgleichungen in den einzelnen Wachstumsabschnitten sowie die Berechnung der entsprechenden bestimmten Integrale.

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Stahlfeder

Aufgabennummer: 1_170	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 4.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Um eine Stahlfeder aus der Ruhelage $x_0 = 0$ um x cm zu dehnen, ist die Kraft $F(x)$ erforderlich.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, was in diesem Kontext mit dem Ausdruck $\int_0^8 F(x)\mathrm{d}x$ berechnet wird!

Möglicher Lösungsweg

die Arbeit, die verrichtet wird, wenn die Feder aus der Ruhelage um 8 cm gedehnt wird

Lösungsschlüssel

Ein Punkt für eine sinngemäß richtige Deutung, wobei der Begriff *Arbeit* und die Ausdehnung um 8 cm angeführt sein müssen.

Begrenzung einer Fläche

Aufgabennummer: 1_096	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 4.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion $f: x \to x^2$, der positiven x-Achse und der Geraden mit der Gleichung $x = a$ ($a \in \mathbb{R}$) eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Wert a!

Möglicher Lösungsweg

$72 = \int_0^a x^2 \, \mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} \;\Rightarrow\; a^3 = 216 \;\Rightarrow\; a = 6$

Lösungsschlüssel

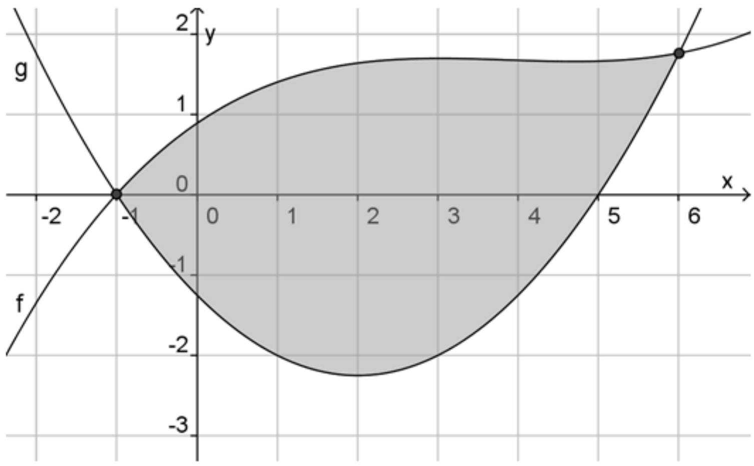
Ein Rechenweg muss erkennbar sein. Die Aufgabe ist als richtig zu werten, wenn der Ansatz $72 = \int_0^a x^2 \, \mathrm{d}x$ korrekt ist und richtig integriert wurde.

Fläche zwischen zwei Kurven

Aufgabennummer: 1_095	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 4.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich ☐ gewohnte Hilfsmittel möglich ☐ besondere Technologie erforderlich

Die Funktionsgraphen von *f* und *g* schließen ein gemeinsames Flächenstück ein.



Aufgabenstellung:

Mit welchen der nachstehenden Berechnungsvorschriften kann man den Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks ermitteln?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Berechnungsvorschriften an!

$\int_{-1}^{6} [g(x) - f(x)]\mathrm{d}x$	☐
$\int_{-1}^{6} [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$	☐
$\int_{-1}^{6} f(x)\mathrm{d}x + \int_{5}^{6} g(x)\mathrm{d}x - \int_{-1}^{5} g(x)\mathrm{d}x$	☐
$\int_{-1}^{6} f(x)\mathrm{d}x + \int_{-1}^{6} g(x)\mathrm{d}x$	☐
$\int_{-1}^{6} f(x)\mathrm{d}x - \int_{5}^{6} g(x)\mathrm{d}x + \left\vert\int_{-1}^{5} g(x)\mathrm{d}x\right\vert$	☐

Lösung

$\int_{-1}^{6} [f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$	☒
$\int_{-1}^{6} f(x)\mathrm{d}x - \int_{5}^{6} g(x)\mathrm{d}x + \left\lvert\int_{-1}^{5} g(x)\mathrm{d}x\right\rvert$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Antworten angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Bestimmte Integrale

Aufgabennummer: 1_060	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: AN 4.3

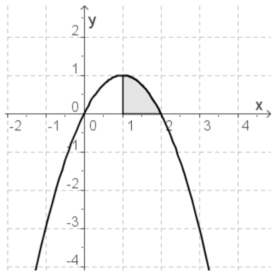
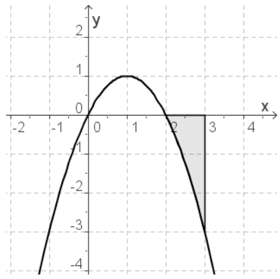
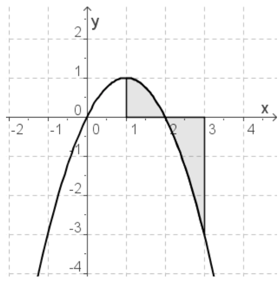
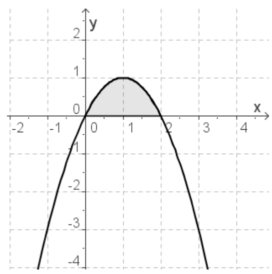
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^2 + 2x$.

Die nachstehende Tabelle zeigt Graphen der Funktion mit unterschiedlich schraffierten Flächenstücken.

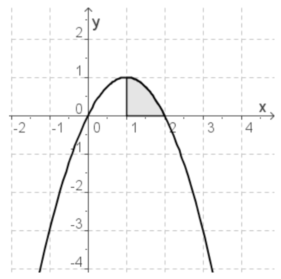
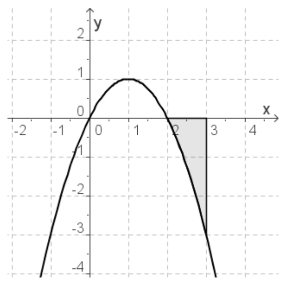
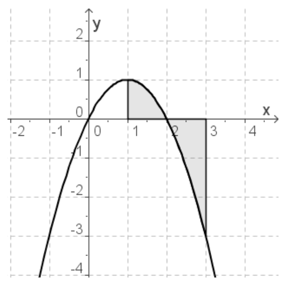
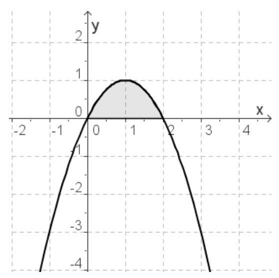
Aufgabenstellung:

Beurteilen Sie, ob die nachstehend angeführten Integrale den Flächeninhalt einer der markierten Flächen ergeben, und ordnen Sie entsprechend zu!

A	$2 \cdot \int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$
B	$\int_1^3 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$
C	$\int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x + \left\lvert \int_2^3 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x \right\rvert$
D	$\int_0^1 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x - \int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$
E	$\left\lvert \int_2^3 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x \right\rvert$
F	$\int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$

Lösungsweg

	F
	E
	C
	A

A	$2 \cdot \int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$
B	$\int_1^3 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$
C	$\int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x + \left\lvert \int_2^3 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x \right\rvert$
D	$\int_0^1 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x - \int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$
E	$\left\lvert \int_2^3 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x \right\rvert$
F	$\int_1^2 (-x^2 + 2x)\mathrm{d}x$

Lösungsschlüssel

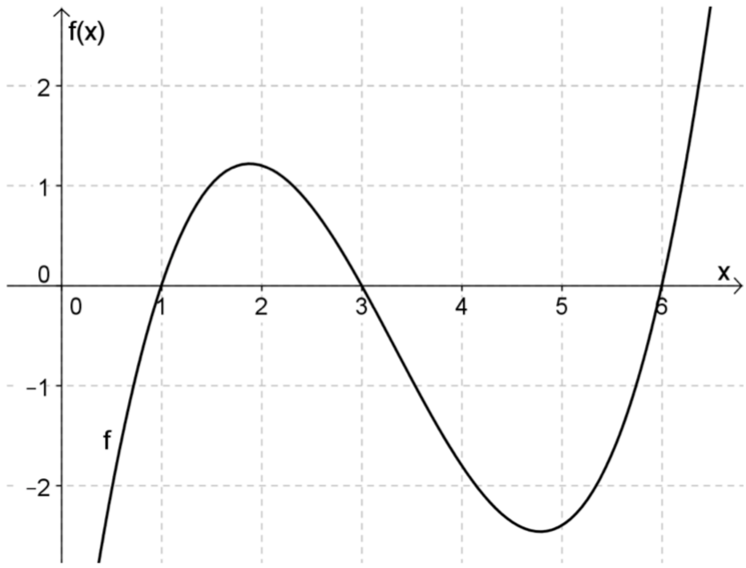
Die Aufgabe ist nur dann als richtig zu werten, wenn alle Buchstaben richtig zugeordnet sind.

Aussagen über bestimmte Integrale

Aufgabennummer: 1_113	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 4.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die stetige reelle Funktion f mit dem abgebildeten Graphen hat Nullstellen bei $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ und $x_3 = 6$.



Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Aussagen ist/sind zutreffend?
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x < 2$	☐
$\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x < 0$	☐
$\left\lvert \int_3^6 f(x)\mathrm{d}x \right\rvert < 6$	☐
$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_3^6 f(x)\mathrm{d}x > 0$	☐
$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x > 0$ und $\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x < 0$	☐

Lösungsweg

$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x < 2$	☒
$\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x < 0$	☒
$\lvert \int_3^6 f(x)\mathrm{d}x \rvert < 6$	☒
$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x > 0$ und $\int_3^6 f(x)\mathrm{d}x < 0$	☒

Lösungsschlüssel

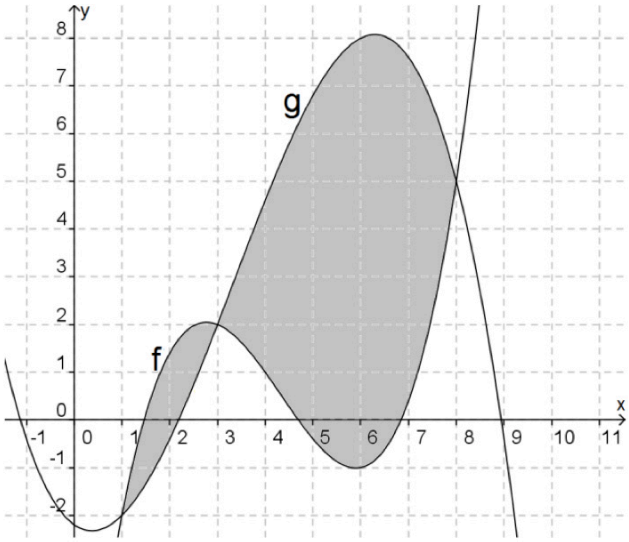
Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Flächenberechnung

Aufgabennummer: 1_183	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 4.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Summe *A* der Inhalte der beiden von den Graphen der Funktionen *f* und *g* eingeschlossenen Flächen soll berechnet werden.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Formel(n) an!

$A = \int_1^8 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x$	☐
$A = \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x + \int_3^8 \left(g(x) - f(x)\right) \mathrm{d}x$	☐
$A = \left\lvert \int_1^8 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x \right\rvert$	☐
$A = \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x - \int_3^8 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x$	☐
$A = \left\lvert \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x \right\rvert + \left\lvert \int_3^8 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x \right\rvert$	☐

Lösungsweg

$A = \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x + \int_3^8 \left(g(x) - f(x)\right) \mathrm{d}x$	☒
$A = \int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x - \int_3^8 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x$	☒
$A = \left\lvert\int_1^3 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x\right\rvert + \left\lvert\int_3^8 \left(f(x) - g(x)\right) \mathrm{d}x\right\rvert$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Formeln angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.