Baumhöhe* - 1_1254, FA5.1, Offenes Antwortformat

Die Höhe eines bestimmten Baumes kann in den ersten 15 Jahren nach dem Einpflanzen durch eine Exponentialfunktion modelliert werden.

Dieser Baum hat 10 Jahre nach dem Einpflanzen eine Höhe von 2,2 m und 15 Jahre nach dem Einpflanzen eine Höhe von 2,7 m.

Berechnen Sie die Höhe dieses Baumes zum Zeitpunkt des Einpflanzens.

Grippeerkrankungen* - 1_1230, FA5.1, Offenes Antwortformat

Am Abend des 10. Februar 2019 waren in einem bestimmten Land 2000 Personen an Grippe erkrankt, am Abend des 21. Februar 2019 waren es 4000 Personen. Modellhaft wird angenommen, dass in diesem Land im Februar 2019 die Anzahl der an Grippe erkrankten Personen von Tag zu Tag um den gleichen Prozentsatz gestiegen ist.

Berechnen Sie diesen Prozentsatz.

Funktionsterm* - 1_841, FA5.1, Halboffenes Antwortformat

Von einer reellen Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ ist Folgendes bekannt:

- $f(1) = 3$
- Für alle reellen Zahlen x gilt: $f(x + 1)$ ist um 50 % größer als $f(x)$.

Geben Sie einen Funktionsterm einer solchen Funktion f an.

$f(x) =$ ________________________________

Dicke einer Bleiplatte* - 1_672, FA5.1, Offenes Antwortformat

In der Medizintechnik werden Röntgenstrahlen eingesetzt. Durch den Einbau von Bleiplatten in Schutzwänden sollen Personen vor diesen Strahlen geschützt werden. Man geht davon aus, dass pro 1 mm Dicke der Bleiplatte die Strahlungsintensität um 5 % abnimmt.
Berechnen Sie die notwendige Dicke x (in mm) einer Bleiplatte, wenn die Strahlungsintensität auf 10 % der ursprünglichen Strahlungsintensität, mit der die Strahlen auf die Bleiplatte auftreffen, gesenkt werden soll!

Änderungsprozess* - 1_599, FA5.1, 1 aus 6

Durch die Gleichung $N(t) = 1{,}2 \cdot 0{,}98^t$ wird ein Änderungsprozess einer Größe N in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben.
Welcher der angeführten Änderungsprozesse kann durch die angegebene Gleichung beschrieben werden? Kreuzen Sie den zutreffenden Änderungsprozess an!

Von einer radioaktiven Substanz zerfallen pro Zeiteinheit 0,02 % der am jeweiligen Tag vorhandenen Menge.	☐
In ein Speicherbecken fließen pro Zeiteinheit 0,02 m^3 Wasser zu.	☐
Vom Wirkstoff eines Medikaments werden pro Zeiteinheit 1,2 mg abgebaut.	☐
Die Einwohnerzahl eines Landes nimmt pro Zeiteinheit um 1,2 % zu.	☐
Der Wert einer Immobilie steigt pro Zeiteinheit um 2 %.	☐
Pro Zeiteinheit nimmt die Temperatur eines Körpers um 2 % ab.	☐

Exponentialfunktion* - 1_575, FA5.1, Halboffenes Antwortformat

Von einer Exponentialfunktion f sind die folgenden Funktionswerte bekannt:

$f(0) = 12$ und $f(4) = 192$
Geben Sie eine Funktionsgleichung der Exponentialfunktion f an!

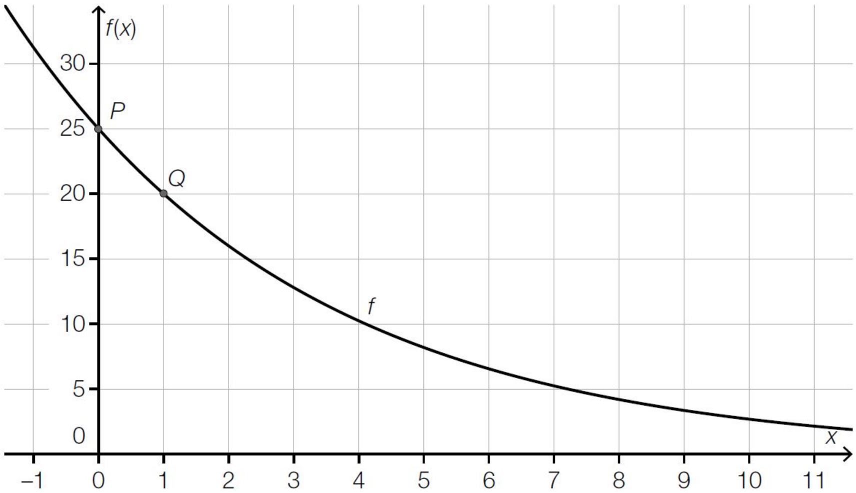
$f(x) =$ ____

Ausbreitung eines Ölteppichs* - 1_483, FA5.1, Offenes Antwortformat

Der Flächeninhalt eines Ölteppichs beträgt momentan 1,5 km² und wächst täglich um 5 %.
Geben Sie an, nach wie vielen Tagen der Ölteppich erstmals größer als 2 km² ist!

Exponentialfunktion* - 1_435, FA5.1, Offenes Antwortformat

Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ durch die Punkte $P = (0|25)$ und $Q = (1|20)$.



Geben Sie eine Funktionsgleichung der dargestellten Exponentialfunktion f an!

Lösungserwartung: Baumhöhe* - 1_1254, FA5.1, Offenes Antwortformat

$f(t) = a \cdot b^t$
$f(10) = 2{,}2$ und $f(15) = 2{,}7$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = 1{,}46...$

Der Baum war zum Zeitpunkt des Einpflanzens rund 1,5 m hoch.

Lösungserwartung: Grippeerkrankungen* - 1_1230, FA5.1, Offenes Antwortformat

$\sqrt[11]{2} = 1{,}0650...$

Prozentsatz: rund 6,5 %

Lösungserwartung: Funktionsterm* - 1_841, FA5.1, Halboffenes Antwortformat

$f(x) = 2 \cdot 1{,}5^x$

oder:

$f(x) = 3 \cdot 1{,}5^{x-1}$

Lösungserwartung: Dicke einer Bleiplatte* - 1_672, FA5.1, Offenes Antwortformat

Mögliche Vorgehensweise:

$0{,}1 = 0{,}95^x \quad \Rightarrow \quad x \approx 44{,}9$ mm

Lösungserwartung: Änderungsprozess* - 1_599, FA5.1, 1 aus 6

Pro Zeiteinheit nimmt die Temperatur eines Körpers um 2 % ab.	☒

Lösungserwartung: Exponentialfunktion* - 1_575, FA5.1, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Vorgehensweise:

$f(x) = c \cdot a^x \;\Rightarrow\; f(0) = c = 12$

$f(4) = 12 \cdot a^4 = 192 \;\Rightarrow\; a = 2$

$f(x) = 12 \cdot 2^x$

Lösungserwartung: Ausbreitung eines Ölteppichs* - 1_483, FA5.1, Offenes Antwortformat

$1{,}5 \cdot 1{,}05^d = 2 \;\Rightarrow\; d = 5{,}896... \;\Rightarrow$ Nach 6 Tagen ist der Ölteppich erstmals größer als 2 km^2.

Lösungserwartung: Exponentialfunktion* - 1_435, FA5.1, Offenes Antwortformat

$f(x) = 25 \cdot 0{,}8^x$

oder:

$f(x) = 25 \cdot e^{\ln(0{,}8) \cdot x}$

Radioaktives Element

Aufgabennummer: 1_ 273	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 5.1

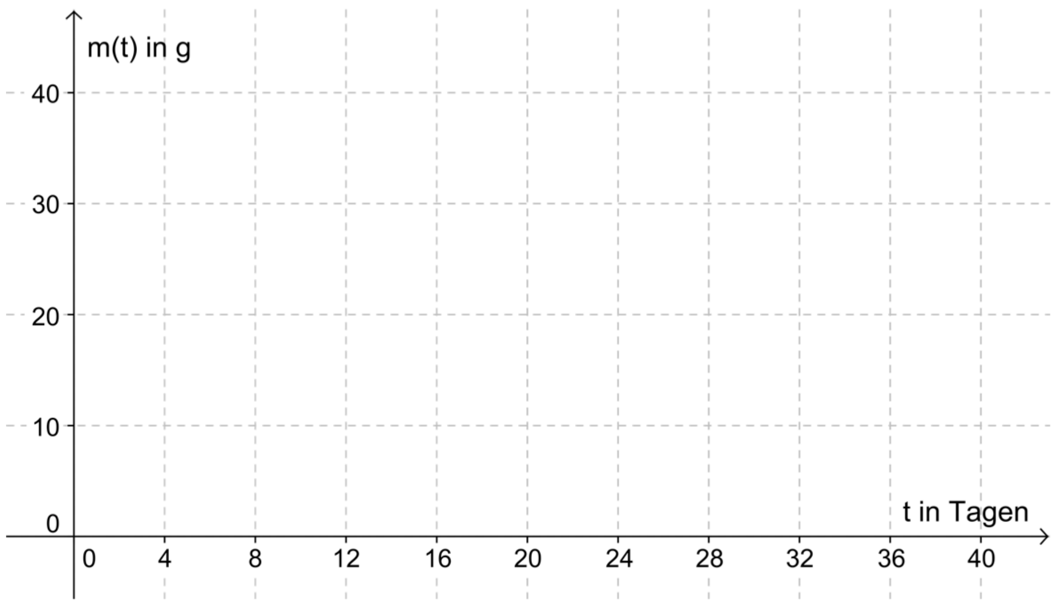
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	besondere Technologie erforderlich

Ein radioaktives Element *X* zerfällt mit einer Halbwertszeit von 8 Tagen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sind 40 g des radioaktiven Elements vorhanden.

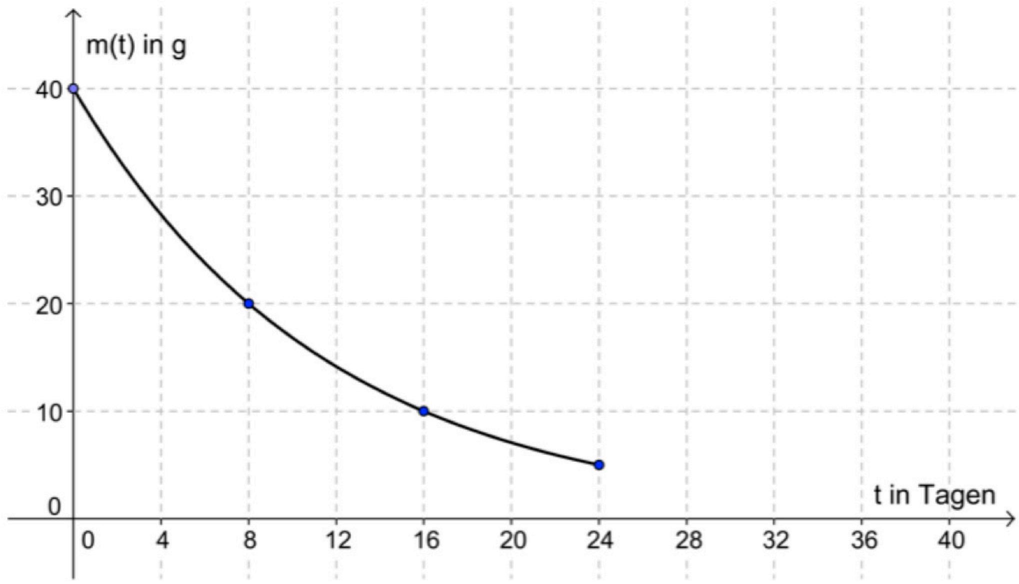
Die Funktion *m* beschreibt die zum Zeitpunkt *t* noch vorhandene Menge von *X*.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im gegebenen Koordinatensystem den Graphen von *m*!



Möglicher Lösungsweg



Lösungsschlüssel

Ein Punkt wird für einen qualitativ richtigen Graphen, der durch die Punkte $A = (0|40)$, $B = (8|20)$ und $C = (16|10)$ verläuft, vergeben.

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Exponentieller Zusammenhang

Aufgabennummer: 1_ 272	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 5.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Funktion f beschreibt eine exponentielle Änderung und ist durch zwei Wertepaare angegeben.

t	2	4
$f(t)$	400	100

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung von f!

$f(t) =$ _______________

Lösung

$f(t) = 1\,600 \cdot 0{,}5^t$ *oder* $f(t) = 1\,600 \cdot e^{-0{,}69 \cdot t}$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt für die Angabe eines äquivalenten Terms.

Körperliche Leistungsfähigkeit* - 1_888, FA5.2, Offenes Antwortformat

Im Rahmen einer Studie wird jährlich die körperliche Leistungsfähigkeit bestimmter Personen untersucht. Das Ergebnis wird in Punkten angegeben. Modellhaft wird angenommen, dass diese Punktzahl mit zunehmendem Alter exponentiell abnimmt.

Lena ist eine dieser Personen. Von ihr sind folgende Daten bekannt:

Alter in Jahren	55	60
Punktzahl	1 800	1 650

Ermitteln Sie unter Verwendung eines exponentiellen Modells, ab welchem Alter Lena voraussichtlich höchstens 1 200 Punkte erreichen wird.

Medikament* - 1_864, FA5.2, Offenes Antwortformat

Der schmerzlindernde Wirkstoff eines Medikaments wird im Körper eines bestimmten Patienten annähernd exponentiell abgebaut. Dabei nimmt die Wirkstoffmenge pro Stunde um 8 % ab. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Wirkstoffmenge 700 Mikrogramm.

Ermitteln Sie, nach welcher Zeit (in h) die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten auf 100 Mikrogramm gesunken ist.

Wirkstoff* - 1_696, FA5.2, Halboffenes Antwortformat

Die Abnahme der Menge des Wirkstoffs eines Medikaments im Blut lässt sich durch eine Exponentialfunktion modellieren.
Nach einer Stunde sind 10 % der Anfangsmenge des Wirkstoffs abgebaut worden.
Berechnen Sie, welcher Prozentsatz der Anfangsmenge des Wirkstoffs nach insgesamt vier Stunden noch im Blut vorhanden ist!

_____________ % der Anfangsmenge

Wachstum* - 1_340, FA5.2, Halboffenes Antwortformat

Die Funktion f beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess der Form $f(t) = c \cdot a^t$ in Abhängigkeit von der Zeit t.
Ermitteln Sie für $t = 2$ und $t = 3$ die Werte der Funktion f!

t	$f(t)$
0	400
1	600
2	$f(2)$
3	$f(3)$

$f(2)$ = ____

$f(3)$ = ____

Lösungserwartung: Körperliche Leistungsfähigkeit* - 1_888, FA5.2, Offenes Antwortformat

t ... Jahre ab dem Alter von 55 Jahren

$1\,650 = 1\,800 \cdot a^5$
$a = 0{,}9827...$
$1\,200 = 1\,800 \cdot 0{,}9827...^t$
$t = 23{,}29...$

Ab einem Alter von rund 78,3 Jahren wird Lena voraussichtlich höchstens 1 200 Punkte erreichen.

Lösungserwartung: Medikament* - 1_864, FA5.2, Offenes Antwortformat

$100 = 700 \cdot 0{,}92^t$
$t = 23{,}3...$ h

Lösungserwartung: Wirkstoff* - 1_696, FA5.2, Halboffenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$0{,}9^4 = 0{,}6561$

65,61 % der Anfangsmenge

Lösungserwartung: Wachstum* - 1_340, FA5.2, Halboffenes Antwortformat

$f(2) = 900$
$f(3) = 1\,350$

Pulver

Aufgabennummer: 1_318	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Ein Pulver löst sich in einer Flüssigkeit annähernd exponentiell auf. Die Menge an Pulver, die in Abhängigkeit von der Zeit t noch vorhanden ist, wird für einen gewissen Zeitraum durch die Gleichung $N(t) = N_0 \cdot 0{,}6^t$ beschrieben. N_0 gibt die ursprüngliche Menge an Pulver in Milligramm an, die Zeit t wird in Sekunden gemessen.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, wie viel Prozent der ursprünglichen Pulvermenge N_0 nach drei Sekunden noch vorhanden sind!

Möglicher Lösungsweg

$0{,}6^3 \cdot 100 = 21{,}6$
Nach drei Sekunden sind noch 21,6 % der ursprünglichen Menge an Pulver vorhanden.

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn die richtige Prozentzahl angegeben ist.

Bundesinstitut bifie

Werte einer Exponentialfunktion

Aufgabennummer: 1_105	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 5.2	
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Exponentialfunktion f durch die Gleichung $f(x) = 2^x$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie diejenige rationale Zahl x, für die $f(x) = \frac{1}{8}$ gilt!

x = ______________

Lösungsweg

$x = -3$

Lösungsschlüssel

Die Angabe des Zahlenwertes muss korrekt sein.

Bundesinstitut bifie

Exponentialgleichung

Aufgabennummer: 1_104	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 5.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Funktionswert $\sqrt[3]{4}$ der Exponentialfunktion $f(x) = 2^x$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die rationale Zahl x so, dass sie die Gleichung $2^x = \sqrt[3]{4}$ erfüllt!

x = ___________

Lösungsweg

$x = \frac{2}{3}$

Lösungsschlüssel

Die Angabe eines Lösungsweges ist nicht erforderlich.

Exponentialfunktion* - 1_648, FA5.3, Halboffenes Antwortformat

Für eine Exponentialfunktion f mit $f(x) = 5 \cdot e^{\lambda \cdot x}$ gilt: $f(x + 1) = 2 \cdot f(x)$.
Geben Sie den Wert von λ an!

λ = ____

Zellkulturen* - 1_624, FA5.3, Zuordnungsformat

Im Rahmen eines biologischen Experiments werden sechs Zellkulturen günstigen und ungünstigen äußeren Bedingungen ausgesetzt, wodurch die Anzahl der Zellen entweder exponentiell zunimmt oder exponentiell abnimmt.
Dabei gibt $N_i(t)$ die Anzahl der Zellen in der jeweiligen Zellkultur t Tage nach Beginn des Experiments an (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6).
Ordnen Sie den vier beschriebenen Veränderungen jeweils die zugehörige Funktionsgleichung (aus A bis F) zu!

Die Anzahl der Zellen verdoppelt sich pro Tag.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % zu.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % ab.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um die Hälfte ab.	

A	$N_1(t) = N_1(0) \cdot 0{,}15^t$
B	$N_2(t) = N_2(0) \cdot 0{,}5^t$
C	$N_3(t) = N_3(0) \cdot 0{,}85^t$
D	$N_4(t) = N_4(0) \cdot 1{,}5^t$
E	$N_5(t) = N_5(0) \cdot 1{,}85^t$
F	$N_6(t) = N_6(0) \cdot 2^t$

Wachstum einer Population* - 1_531, FA5.3, Halboffenes Antwortformat

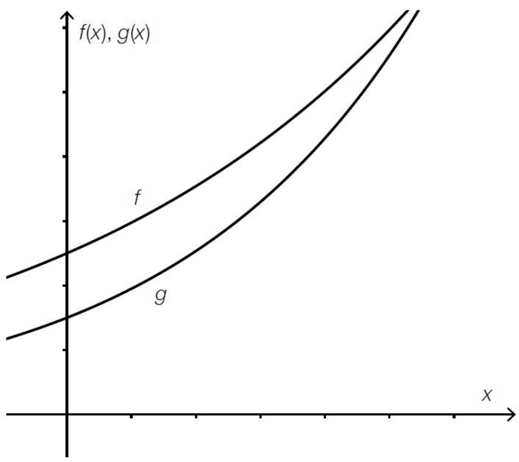
Die Größe einer Population wird in Abhängigkeit von der Zeit mithilfe der Funktion N mit $N(t) = N_0 \cdot e^{0{,}1188 \cdot t}$ beschrieben, wobei die Zeit t in Stunden angegeben wird. Dabei bezeichnet N_0 die Größe der Population zum Zeitpunkt $t = 0$ und $N(t)$ die Größe der Population zum Zeitpunkt $t \geq 0$.

Bestimmen Sie denjenigen Prozentsatz p, um den die Population pro Stunde wächst!

$p \approx$ __________ %

Parameter von Exponentialfunktionen* - 1_482, FA5.3, Lückentext

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen zweier Exponentialfunktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $f(x) = c \cdot a^x$ und $g(x) = d \cdot b^x$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$.



Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für die Parameter a, b, c, d der beiden gegebenen Exponentialfunktionen gelten die Beziehungen ______①______ und ______②______.

①	
$c < d$	☐
$c = d$	☐
$c > d$	☐

②	
$a < b$	☐
$a = b$	☐
$a > b$	☐

Exponentialfunktion* - 1_387, FA5.3, Halboffenes Antwortformat

Von einer Exponentialfunktion f mit der Gleichung $f(x) = 25 \cdot b^x$ ($b \in \mathbb{R}^+$; $b \neq 0$; $b \neq 1$) ist folgende Eigenschaft bekannt:

Wenn x um 1 erhöht wird, sinkt der Funktionswert auf 25 % des Ausgangswertes.
Geben Sie den Wert des Parameters b an!

$b =$ ____

Lösungserwartung: Exponentialfunktion* - 1_648, FA5.3, Halboffenes Antwortformat

$\lambda = \ln(2)$

Lösungserwartung: Zellkulturen* - 1_624, FA5.3, Zuordnungsformat

Die Anzahl der Zellen verdoppelt sich pro Tag.	F
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % zu.	E
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % ab.	A
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um die Hälfte ab.	B

A	$N_1(t) = N_1(0) \cdot 0{,}15^t$
B	$N_2(t) = N_2(0) \cdot 0{,}5^t$
C	$N_3(t) = N_3(0) \cdot 0{,}85^t$
D	$N_4(t) = N_4(0) \cdot 1{,}5^t$
E	$N_5(t) = N_5(0) \cdot 1{,}85^t$
F	$N_6(t) = N_6(0) \cdot 2^t$

Lösungserwartung: Wachstum einer Population* - 1_531, FA5.3, Halboffenes Antwortformat

$p \approx 12{,}6\ \%$

Lösungserwartung: Parameter von Exponentialfunktionen* - 1_482, FA5.3, Lückentext

①	
$c > d$	☒

②	
$a < b$	☒

Lösungserwartung: Exponentialfunktion* - 1_387, FA5.3, Halboffenes Antwortformat

$b = \frac{1}{4} = 0{,}25$

Bakterienkolonie

Aufgabennummer: 1_274	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Das Wachstum einer Bakterienkolonie in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) kann näherungsweise durch die Funktionsgleichung $A = 2 \cdot 1{,}35^t$ beschrieben werden, wobei $A(t)$ die zum Zeitpunkt t besiedelte Fläche (in mm²) angibt.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die in der Funktionsgleichung vorkommenden Werte 2 und 1,35 im Hinblick auf den Wachstumsprozess!

Möglicher Lösungsweg

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der Inhalt der besiedelten Fläche 2 mm^2. Die Bakterienkolonie wächst pro Stunde um 35 %.

Lösungsschlüssel

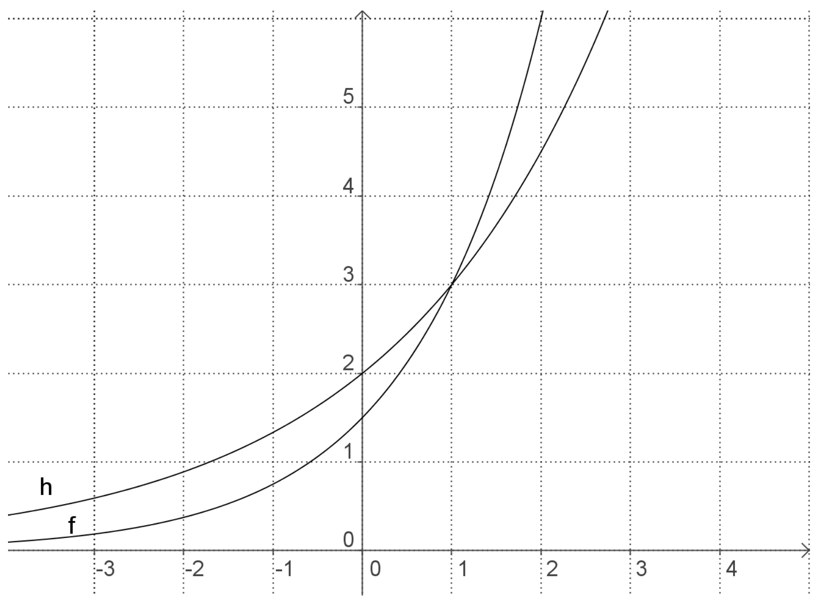
Die Aufgabe ist als richtig gelöst zu werten, wenn die Interpretation beider Werte sinngemäß richtig ist. Die Einheit muss nicht angegeben sein.

Exponentialfunktionen vergleichen

Aufgabennummer: 1_106	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind zwei Exponentialfunktionen f und h mit $f(x) = a \cdot b^x$ und $h(x) = c \cdot d^x$.
Dabei gilt: $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$.



Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Aussagen über die Parameter *a, b, c* und *d* sind zutreffend? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$a > c$	☐
$b > d$	☐
$a < c$	☐
$b < d$	☐
$a = c$	☐

Lösungsweg

$b > d$	☒
$a < c$	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

Exponentielle Abnahme

Aufgabennummer: 1_020	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die angegebenen Funktionsgleichungen beschreiben exponentielle Zusammenhänge.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Funktionsgleichungen an, die eine exponentielle Abnahme beschreiben!

$f(x) = 100 \cdot 1{,}2^x$	☐
$f(x) = 100 \cdot e^{0{,}2x}$	☐
$f(x) = 100 \cdot 0{,}2^x$	☐
$f(x) = 100 \cdot 0{,}2^{-x}$	☐
$f(x) = 100 \cdot e^{-0{,}2x}$	☐

Lösungsweg

$f(x) = 100 \cdot 1{,}2^x$	
$f(x) = 100 \cdot e^{0{,}2x}$	
$f(x) = 100 \cdot 0{,}2^x$	☒
$f(x) = 100 \cdot 0{,}2^{-x}$	
$f(x) = 100 \cdot e^{-0{,}2x}$	☒

Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Schnittpunkt mit der y-Achse

Aufgabennummer: 1_084		Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: FA 5.3
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = c \cdot a^x$ $(c \in \mathbb{R}, a > 0)$.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes des Graphen von f mit der y-Achse!

Möglicher Lösungsweg

$f(0) = c \cdot a^0 = c \rightarrow$ Der Schnittpunkt hat die Koordinaten $S = (0|c)$.

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn beide Koordinaten des Schnittpunktes korrekt angegeben sind.

Eigenschaften einer Exponentialfunktion* - 1_459, FA5.4, 2 aus 5

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 50 \cdot 1{,}97^x$.

Kreuzen Sie die beiden auf f zutreffenden Aussagen an.

Der Graph der Funktion f verläuft durch den Punkt $P = (50\|0)$.	☐
Die Funktion f ist im Intervall $[0; 5]$ streng monoton steigend.	☐
Die Funktion f ist im Intervall $[0; 5]$ rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt).	☐
Wenn man den Wert des Arguments x um 5 vergrößert, wird der Funktionswert 50-mal so groß.	☐
Wenn man den Wert des Arguments x um 1 vergrößert, wird der zugehörige Funktionswert um 97 % größer.	☐

Funktion mit einer besonderen Eigenschaft* - 1_720, FA5.4, Halboffenes Antwortformat

Für eine nicht konstante Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gilt für alle $x \in \mathbb{R}$ die Beziehung $f(x + 1) = 3 \cdot f(x)$.
Geben Sie eine Gleichung einer solchen Funktion f an.

$f(x) =$ ______________________________

Exponentialfunktion* - 1_339, FA5.4, 2 aus 5

Eine reelle Funktion f mit der Gleichung $f(x) = c \cdot a^x$ ist eine Exponentialfunktion, für deren reelle Parameter c und a gilt: $c \neq 0$, $a > 1$.
Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf diese Exponentialfunktion f und alle Werte $k, h \in \mathbb{R}, k > 1$ zutreffen!

$f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$	☐
$\frac{f(x+h)}{f(x)} = a^h$	☐
$f(x + 1) = a \cdot f(x)$	☐
$f(0) = 0$	☐
$f(x + h) = f(x) + f(h)$	☐

Lösungserwartung: Eigenschaften einer Exponentialfunktion* - 1_459, FA5.4, 2 aus 5

Die Funktion f ist im Intervall [0; 5] streng monoton steigend.	☒
Wenn man den Wert des Arguments x um 1 vergrößert, wird der zugehörige Funktionswert um 97 % größer.	☒

Lösungserwartung: Funktion mit einer besonderen Eigenschaft* - 1_720, FA5.4, Halboffenes Antwortformat

mögliche Funktionsgleichung:
$f(x) = 3^x$

Lösungserwartung: Exponentialfunktion* - 1_339, FA5.4, 2 aus 5

$\frac{f(x+h)}{f(x)} = a^h$	☒
$f(x+1) = a \cdot f(x)$	☒

Exponentielles Wachstum

Aufgabennummer: 1_023	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Funktion f mit $f(x) = 100 \cdot 2^x$ beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess.
Wie verändert sich der Funktionswert, wenn x um 1 erhöht wird?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Funktionswert $f(x+1)$ ist ...

um 1 größer als $f(x)$	☐
doppelt so groß wie $f(x)$	☐
um 100 größer als $f(x)$	☐
um 200 größer als $f(x)$	☐
um 100 % größer als $f(x)$	☐

Lösungsweg

Der Funktionswert $f(x+1)$ ist ...

um 1 größer als $f(x)$	
doppelt so groß wie $f(x)$	☒
um 100 größer als $f(x)$	
um 200 größer als $f(x)$	
um 100 % größer als $f(x)$	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Exponentialfunktion

Aufgabennummer: 1_021	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Exponentialfunktion f mit $f(x) = e^x$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 0$ des Graphen hat den Wert 0.	☐
Wird das Argument x um 1 erhöht, dann steigen die Funktionswerte auf das e-Fache.	☐
Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen hat den Wert e.	☐
Wird das Argument x um 1 vermindert, dann sinken die Funktionswerte auf das $\frac{1}{e}$-Fache.	☐
Der Graph von f hat an jeder Stelle eine positive Krümmung.	☐

Lösungsweg

Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 0$ des Graphen hat den Wert 0.	
Wird das Argument x um 1 erhöht, dann steigen die Funktionswerte auf das e-Fache.	☒
Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen hat den Wert e.	☒
Wird das Argument x um 1 vermindert, dann sinken die Funktionswerte auf das $\frac{1}{e}$-Fache.	☒
Der Graph von f hat an jeder Stelle eine positive Krümmung.	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Exponentialfunktion*

Aufgabennummer: 1_145	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine reelle Funktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ und $\lambda \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die für die Funktion f zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda \cdot x}$	☐
Für $a > 0$ sind alle Funktionswerte negativ.	☐
Die Funktion f hat mindestens eine reelle Nullstelle.	☐
Die Funktion f schneidet die y-Achse bei $(0 \vert a)$.	☐
Die Funktion f ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	☐

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Lösung

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda \cdot x}$	☒
Die Funktion f schneidet die y-Achse bei $(0 \mid a)$.	☒
Die Funktion f ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Halbwertszeit* - 1_1189, FA5.5, 2 aus 5

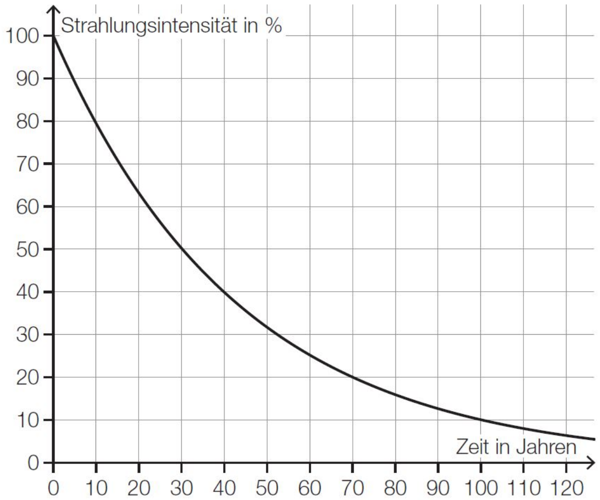
Die Halbwertszeit einer bestimmten radioaktiven Substanz beträgt T Jahre.
Die nach t Jahren vorhandene Menge der radioaktiven Substanz wird mit $m(t)$ bezeichnet.
Es gilt: $m(0) > 0$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an. *[2 aus 5]*

$m(T) = \frac{1}{2} \cdot m(0)$	☐
$m(2 \cdot T) = 0$	☐
$m(3 \cdot T) = \frac{7}{8} \cdot m(0)$	☐
$m(4 \cdot T) = \frac{1}{4} \cdot m(T)$	☐
$m(5 \cdot T) = \frac{1}{2} \cdot m(4 \cdot T)$	☐

Halbwertszeit* - 1_865, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft die Entwicklung der Strahlungsintensität einer bestimmten radioaktiven Substanz in Abhängigkeit von der Zeit.

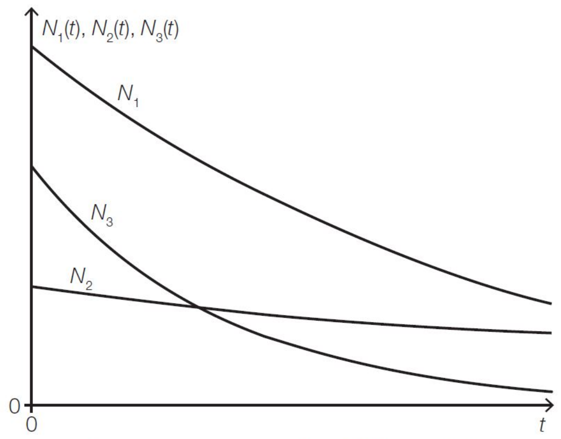


Geben Sie die Halbwertszeit T der Strahlungsintensität dieser radioaktiven Substanz an.

$T =$ ____________________ Jahre

Halbwertszeiten von Zerfallsprozessen* - 1_840, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Die drei Exponentialfunktionen N_1, N_2 und N_3 beschreiben jeweils einen Zerfallsprozess mit den zugehörigen Halbwertszeiten τ_1, τ_2 und τ_3.
Nachstehend sind Ausschnitte der Graphen dieser drei Funktionen abgebildet.



Ordnen Sie die Halbwertszeiten τ_1, τ_2 und τ_3 der Größe nach. Beginnen Sie mit der kürzesten Halbwertszeit.

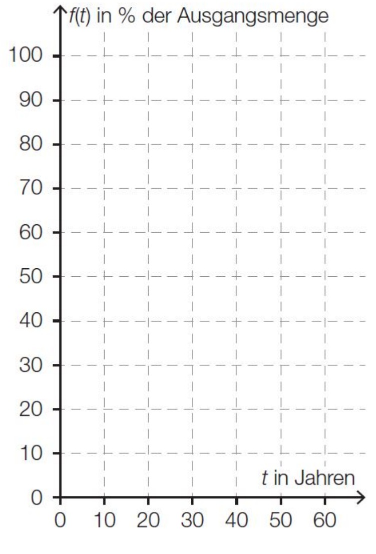
_______ < _______ < _______

Halbwertszeit* - 1_816, FA5.5, Konstruktionsformat

Das radioaktive Isotop ^{137}Cs (Cäsium) hat eine Halbwertszeit von etwa 30 Jahren.

Die Funktion f gibt in Abhängigkeit von der Zeit t an, wie viel Prozent der Ausgangsmenge an ^{137}Cs noch vorhanden sind (t in Jahren, $f(t)$ in % der Ausgangsmenge).
Die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Menge an ^{137}Cs wird als *Ausgangsmenge* bezeichnet.

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem im Zeitintervall [0; 60] den Graphen von f ein.



Halbwertszeit* - 1_792, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Die Funktion f mit $f(t) = 80 \cdot b^t$ mit $b \in \mathbb{R}^+$ beschreibt die Masse $f(t)$ einer radioaktiven Substanz in Abhängigkeit von der Zeit t (t in h, $f(t)$ in mg). Die Halbwertszeit der radioaktiven Substanz beträgt 4 h.
Eine Messung beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$.
Berechnen Sie diejenige Masse (in mg) der radioaktiven Substanz, die nach den ersten 3 Halbwertszeiten vorhanden ist.

Anzahl von Tieren* - 1_768, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Man nimmt an, dass sich die Anzahl der Tiere einer bestimmten Tierart auf der Erde um 1,8 % pro Jahr erhöht.

Bestimmen Sie diejenige Zeitdauer in Jahren, innerhalb der sich die Anzahl der Tiere dieser Tierart auf der Erde verdoppelt.

Zeitdauer: ca. ___________ Jahre

Verzinsung* - 1_744, FA5.5, Offenes Antwortformat

Ein Kapital K_0 wird auf einem Sparbuch mit 1 % p. a. (pro Jahr) verzinst.

Für die nachstehende Aufgabenstellung gilt die Annahme, dass allfällige Steuern oder Gebühren nicht gesondert berücksichtigt werden müssen und dass keine weiteren Einzahlungen oder Auszahlungen erfolgen.

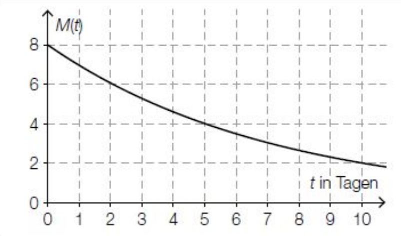
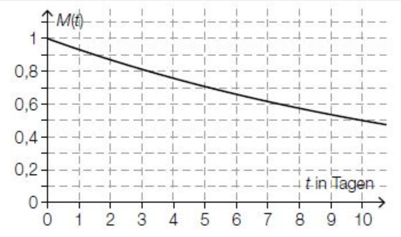
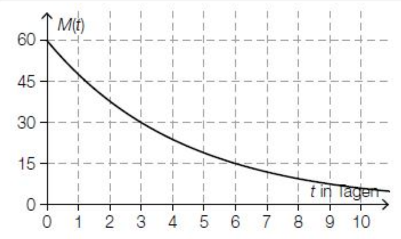
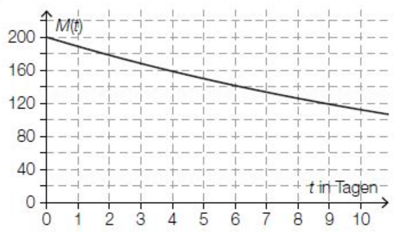
Berechnen Sie, in wie vielen Jahren sich das Kapital K_0 bei gleichbleibendem Zinssatz verdoppelt.

Halbwertszeit* - 1_649, FA5.5, Offenes Antwortformat

Die Masse $m(t)$ einer radioaktiven Substanz kann durch eine Exponentialfunktion m in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben werden.
Zu Beginn einer Messung sind 100 mg der Substanz vorhanden, nach vier Stunden misst man noch 75 mg dieser Substanz.
Bestimmen Sie die Halbwertszeit t_H dieser radioaktiven Substanz in Stunden!

Halbwertszeiten* - 1_600, FA5.5, Zuordnungsformat

Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von Exponentialfunktionen, die jeweils die Abhängigkeit der Menge einer radioaktiven Substanz von der Zeit beschreiben.
Dabei gibt $M(t)$ die Menge (in mg) zum Zeitpunkt t (in Tagen) an.
Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die entsprechende Halbwertszeit (aus A bis F) zu!

A	1 Tag
B	2 Tage
C	3 Tage
D	5 Tage
E	10 Tage
F	mehr als 10 Tage

Dicke einer Bleischicht* - 1_576, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Die Intensität elektromagnetischer Strahlung nimmt bei Durchdringung eines Körpers exponentiell ab.

Die Halbwertsdicke eines Materials ist diejenige Dicke, nach deren Durchdringung die Intensität der Strahlung auf die Hälfte gesunken ist. Die Halbwertsdicke von Blei liegt für die beobachtete Strahlung bei 0,4 cm.
Bestimmen Sie diejenige Dicke d, die eine Bleischicht haben muss, damit die Intensität auf 12,5 % der ursprünglichen Intensität gesunken ist!

d = ____ cm

Halbwertszeit von Cobalt-60* - 1_554, FA5.5, Offenes Antwortformat

Das radioaktive Isotop Cobalt-60 wird unter anderem zur Konservierung von Lebensmitteln und in der Medizin verwendet.
Das Zerfallsgesetz für Cobalt-60 lautet $N(t) = N_0 \cdot e^{-0{,}13149 \cdot t}$ mit t in Jahren; dabei bezeichnet N_0 die vorhandene Menge des Isotops zum Zeitpunkt $t = 0$ und $N(t)$ die vorhandene Menge zum Zeitpunkt $t \geq 0$.
Berechnen Sie die Halbwertszeit von Cobalt-60!

Bienenbestand* - 1_507, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Wegen eines Umweltgifts nimmt der Bienenbestand eines Imkers täglich um einen fixen Prozentsatz ab. Der Imker stellt fest, dass er innerhalb von 14 Tagen einen Bestandsverlust von 50 % erlitten hat.
Berechnen Sie den täglichen relativen Bestandsverlust in Prozent!

täglicher relativer Bestandsverlust: _________ %

Technetium* - 1_411, FA5.5, Offenes Antwortformat

Für eine medizinische Untersuchung wird das radioaktive Isotop ${}^{99m}_{43}\text{Tc}$ (Technetium) künstlich hergestellt. Dieses Isotop hat eine Halbwertszeit von 6,01 Stunden.
Geben Sie an, wie lange es dauert, bis von einer bestimmten Ausgangsmenge Technetiums nur noch ein Viertel vorhanden ist!

Lösungserwartung: Halbwertszeit* - 1_1189, FA5.5, 2 aus 5

$m(T) = \frac{1}{2} \cdot m(0)$	☒
$m(5 \cdot T) = \frac{1}{2} \cdot m(4 \cdot T)$	☒

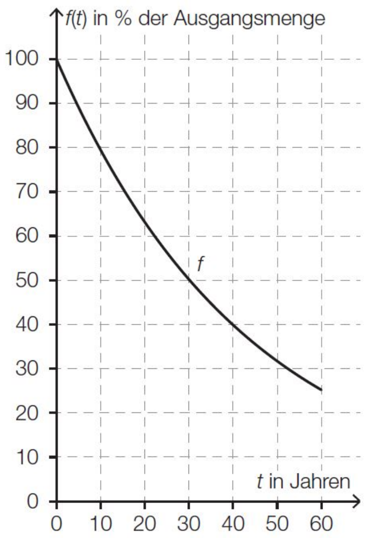
Lösungserwartung: Halbwertszeit* - 1_865, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

$T = 30$ Jahre

Lösungserwartung: Halbwertszeiten von Zerfallsprozessen* - 1_840, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

$\tau_3 < \tau_1 < \tau_2$

Lösungserwartung: Halbwertszeit* - 1_816, FA5.5, Konstruktionsformat



Lösungserwartung: Halbwertszeit* - 1_792, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

10 mg

Lösungserwartung: Anzahl von Tieren* - 1_768, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$1{,}018^n = 2$
$n = 38{,}8... \approx 39$

Zeitdauer: ca. 39 Jahre

Lösungserwartung: Verzinsung* - 1_744, FA5.5, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

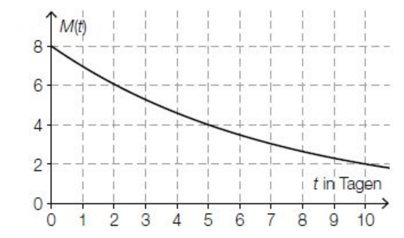
$2 \cdot K_0 = K_0 \cdot 1{,}01^n$
$2 = 1{,}01^n$
$\ln(2) = \ln(1{,}01) \cdot n$
$n = \frac{\ln(2)}{\ln(1{,}01)} = 69{,}66... \approx 69{,}7$

Das Kapital K_0 verdoppelt sich nach ca. 69,7 Jahren.

Lösungserwartung: Halbwertszeit* - 1_649, FA5.5, Offenes Antwortformat

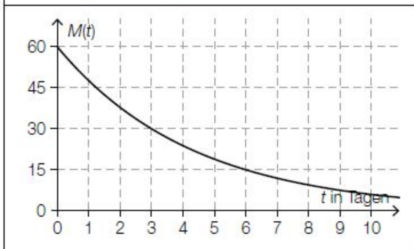
$t_H \approx 9{,}64$ Stunden

Lösungserwartung: Halbwertszeiten* - 1_600, FA5.5, Zuordnungsformat

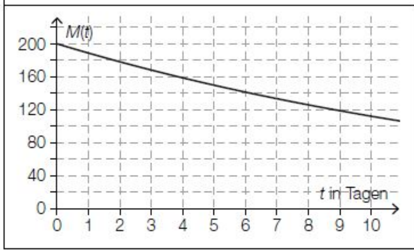


D

E



C



F

A	1 Tag
B	2 Tage
C	3 Tage
D	5 Tage
E	10 Tage
F	mehr als 10 Tage

Lösungserwartung: Dicke einer Bleischicht* - 1_576, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

$d = 1{,}2$ cm

Lösungserwartung: Halbwertszeit von Cobalt-60* - 1_554, FA5.5, Offenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-0{,}13149 \cdot t} \;\Rightarrow\; t \approx 5{,}27$$

Die Halbwertszeit von Cobalt-60 beträgt ca. 5,27 Jahre.

Lösungserwartung: Bienenbestand* - 1_507, FA5.5, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$N_0 \cdot 0{,}5 = N_0 \cdot a^{14}$
$0{,}5 = a^{14} \;\Rightarrow\; a \approx 0{,}9517$

täglicher relativer Bestandsverlust: 4,83 %

Lösungserwartung: Technetium* - 1_411, FA5.5, Offenes Antwortformat

Es dauert 12,02 Stunden.

Biologische Halbwertszeit

Aufgabennummer: 1_303	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die biologische Halbwertszeit bezeichnet diejenige Zeitspanne, in der in einem biologischen Organismus (Mensch, Tier …) der Gehalt von zum Beispiel einem Arzneimittel ausschließlich durch biologische Prozesse (Stoffwechsel, Ausscheidung usw.) auf die Hälfte abgesunken ist.

Für das Arzneimittel *Penicillin G* wird bei Erwachsenen eine biologische Halbwertszeit von 30 Minuten angegeben.

Aufgabenstellung:

Einer Person wird um 10:00 Uhr eine Dosis *Penicillin G* verabreicht.

Ermitteln Sie, wie viel Prozent der ursprünglichen Dosis vom Körper der Person bis 11:00 Uhr noch nicht verarbeitet wurden!

Möglicher Lösungsweg

Zwischen 10:00 Uhr und 11:00 Uhr hat sich die noch nicht verarbeitete *Penicillin-G*-Dosis zweimal halbiert.

Bis 11:00 Uhr wurden also 25 % der ursprünglichen Dosis noch nicht verarbeitet.

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn die Prozentangabe richtig ist.

Halbwertszeit von Felbamat*

Aufgabennummer: 1_155	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Zur Behandlung von Epilepsie wird oft der Arzneistoff Felbamat eingesetzt.
Nach der Einnahme einer Ausgangsdosis D_0 nimmt die Konzentration D von Felbamat im Körper näherungsweise exponentiell mit der Zeit ab.

Für D gilt folgender funktionaler Zusammenhang: $D(t) = D_0 \cdot 0{,}9659^t$.
Dabei wird die Zeit t in Stunden gemessen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Halbwertszeit von Felbamat! Geben Sie die Lösung auf Stunden gerundet an!

* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. https://www.bifie.at/node/2231) entnommen.

Möglicher Lösungsweg

$\frac{D_0}{2} = D_0 \cdot 0{,}9659^t$

$\frac{1}{2} = 0{,}9659^t$

$\ln(0{,}5) = t \cdot \ln(0{,}9659)$

$\Rightarrow \frac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}9659)} \approx 20$ Stunden

Lösungsschlüssel

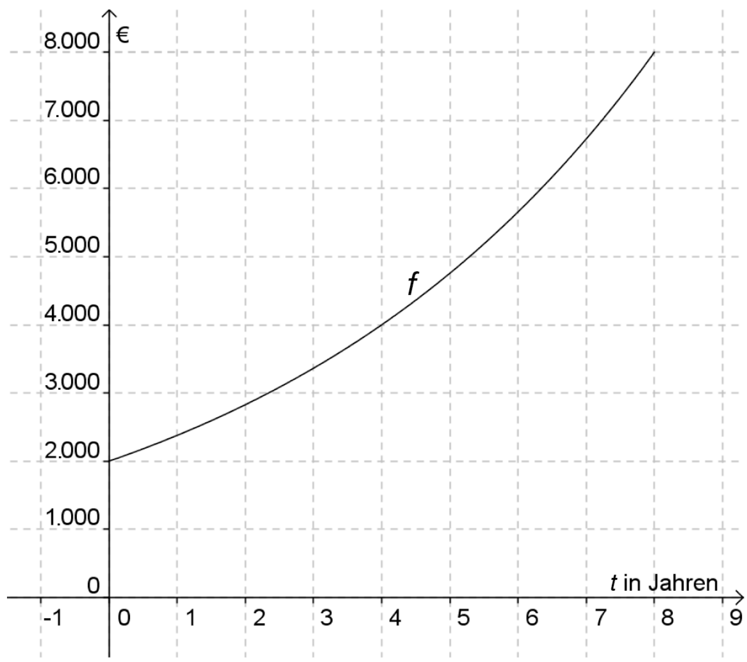
1 Punkt für die richtige Lösung

Verdoppelungszeit*

Aufgabennummer: 1_142	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen einer Exponentialfunktion f mit $f(t) = a \cdot b^t$.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie mithilfe des Graphen die Größe der Verdoppelungszeit!

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Möglicher Lösungsweg

z. B.: $f(0) = 2000$ und $f(4) = 4000$

→ In 4 Jahren ist der doppelte Betrag vorhanden. Die Verdoppelungszeit beträgt also 4 Jahre.

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Halbwertszeit eines Isotops*

Aufgabennummer: 1_138	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.5

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Der radioaktive Zerfall des Iod-Isotops ^{131}I verhält sich gemäß der Funktion N mit $N(t) = N(0) \cdot e^{-0,086 \cdot t}$ mit t in Tagen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Gleichung(en) an, mit der/denen die Halbwertszeit des Isotops in Tagen berechnet werden kann!

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,086 \cdot t \cdot \ln e$	☐
$2 = e^{-0,086 \cdot t}$	☐
$N(0) = \frac{N(0)}{2} \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	☐
$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 0,086 \cdot t \cdot e$	☐
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	☐

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Lösung

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0{,}086 \cdot t \cdot \ln e$	☒
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0{,}086 \cdot t}$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Gleichungen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Bevölkerungszahl* - 1_889, FA5.6, 2 aus 5

Es wurde erhoben, wie sich die Bevölkerungszahl in verschiedenen Städten in den vergangenen fünf Jahren verändert hat.
Zwei der unten angeführten Situationen können als exponentielles Wachstum der jeweiligen Bevölkerungszahl beschrieben werden.

Kreuzen Sie die beiden Situationen an, die jeweils mithilfe einer Exponentialfunktion angemessen beschrieben werden können. *[2 aus 5]*

Die Bevölkerungszahl nahm jedes Jahr um $\frac{1}{10}$ der Bevölkerungszahl des jeweiligen Vorjahres zu.	☐
Die Bevölkerungszahl hat im ersten Jahr um 10 000, im zweiten um 20 000, im dritten um 30 000, im vierten um 40 000 und im letzten Jahr um 50 000 zugenommen.	☐
Die Bevölkerungszahl war jedes Jahr um 5 % größer als im jeweiligen Vorjahr.	☐
Die Bevölkerungszahl war jedes Jahr um 20 000 größer als im jeweiligen Vorjahr.	☐
Die Bevölkerungszahl war in den ersten zwei Jahren jedes Jahr um 5 % größer als im jeweiligen Vorjahr, dann jedes Jahr um 15 % größer als im jeweiligen Vorjahr.	☐

Lösungserwartung: Bevölkerungszahl* - 1_889, FA5.6, 2 aus 5

Die Bevölkerungszahl nahm jedes Jahr um $\frac{1}{10}$ der Bevölkerungszahl des jeweiligen Vorjahres zu.	☒
Die Bevölkerungszahl war jedes Jahr um 5 % größer als im jeweiligen Vorjahr.	☒

Zerfallsprozess

Aufgabennummer: 1_279	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: FA 5.6

☒ keine Hilfsmittel erforderlich | ☐ gewohnte Hilfsmittel möglich | ☐ besondere Technologie erforderlich

Die Population P einer vom Aussterben bedrohten Tierart sinkt jedes Jahr um ein Drittel der Population des vorangegangenen Jahres.
P_0 gibt die Anzahl der ursprünglich vorhandenen Tiere an.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehend angeführten Gleichungen beschreibt die Population P in Abhängigkeit von der Anzahl der abgelaufenen Jahre t? Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$P(t) = P_0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^t$	☐
$P(t) = P_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t$	☐
$P(t) = P_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \cdot t\right)$	☐
$P(t) = \frac{P_0}{3 \cdot t}$	☐
$P(t) = \frac{2 \cdot P_0}{3} \cdot t$	☐
$P(t) = \left(P_0 - \frac{1}{3}\right)^t$	☐

Lösung

$P(t) = P_0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau eine Gleichung angekreuzt ist und das Kreuz richtig gesetzt ist.

Wachstumsprozesse

Aufgabennummer: 1_278	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.6

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Zur Beschreibung von Wachstumsvorgängen aus der Natur bzw. dem Alltag können oft Exponentialfunktionen herangezogen werden.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehend angeführten Fallbeispiele werden am besten durch eine Exponentialfunktion modelliert? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Beispiele an!

Ein Sparbuch hat eine Laufzeit von 6 Monaten. Eine Spareinlage wird mit 1,5 % effektiven Zinsen pro Jahr, also 0,125 % pro Monat, verzinst. Diese werden ihm allerdings erst nach dem Ende des Veranlagungszeitraums gutgeschrieben. *[Modell für das Kapitalwachstum in diesem halben Jahr]*	☐
Festverzinsliche Anleihen garantieren einen fixen Ertrag von effektiv 6 % pro Jahr. Allerdings muss der angelegte Betrag 5 Jahre gebunden bleiben. *[Modell für das Kapitalwachstum über diese 5 Jahre]*	☐
Haare wachsen pro Tag ca. $\frac{1}{3}$ mm. *[Modell für das Haarwachstum]*	☐
Milchsäurebakterien vermehren sich an heißen Tagen abhängig von der Außentemperatur um 5 % pro Stunde. *[Modell für die Vermehrung der Milchsäurebakterien]*	☐
Die Sonneneinstrahlung auf einen Körper wird stärker, je höher die Sonne über den Horizont steigt. *[Modell für die Steigerung der Sonneneinstrahlung abhängig vom Winkel des Sonneneinfalls (zur Horizontalen gemessen)]*	☐

Lösung

Festverzinsliche Anleihen garantieren einen fixen Ertrag von effektiv 6 % pro Jahr. Allerdings muss der angelegte Betrag 5 Jahre gebunden bleiben. *[Modell für das Kapitalwachstum über diese 5 Jahre]*	☒
Milchsäurebakterien vermehren sich an heißen Tagen abhängig von der Außentemperatur um 5 % pro Stunde. *[Modell für die Vermehrung der Milchsäurebakterien]*	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Fallbeispiele angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Lichtintensität

Aufgabennummer: 1_276	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: FA 5.6	
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Licht, das in eine dicke Schicht aus Glas eintritt, wird abgeschwächt. Der Hersteller eines Sicherheitsglases gibt an, dass die Intensität I des Lichts pro Zentimeter um 6 % abnimmt. I_0 gibt die Intensität des Lichts bei Eintritt in das Glas an.

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Gleichungen beschreibt die Lichtintensität I in Abhängigkeit von der Eindringtiefe x (in cm)?

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$I(x) = I_0 \cdot 0{,}94^x$	☐
$I(x) = I_0 \cdot 1{,}06^x$	☐
$I(x) = I_0 \cdot 0{,}06^x + I_0$	☐
$I(x) = I_0 \cdot (1 - 0{,}06 \cdot x)$	☐
$I(x) = 1 - I_0 \cdot 0{,}06 \cdot x$	☐
$I(x) = \frac{I_0}{x}$	☐

Lösung

$I(x) = I_0 \cdot 0{,}94^x$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau eine Gleichung angekreuzt ist und das Kreuz richtig gesetzt ist.

Viruserkrankung

Aufgabennummer: 1_277	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.6	
☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Eine Viruserkrankung breitet sich sehr schnell aus. Die Anzahl der Infizierten verdoppelt sich alle vier Tage.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, durch welchen Funktionstyp ein derartiges Wachstum beschrieben werden kann, und begründen Sie Ihre Antwort!

Möglicher Lösungsweg

Ein solches Wachstum kann durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden, da die Anzahl der Infizierten in gleichen Zeitabständen um denselben Faktor zunimmt bzw. die relative Änderungsrate der Infizierten konstant ist.

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die Antwort sinngemäß der oben angegebenen Lösungserwartung entspricht.

Insektenvermehrung

Aufgabennummer: 1_275	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.6

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Eine Insektenanzahl vermehrt sich wöchentlich um 25 %.

Ein Forscher behauptet, dass sich die Insektenanzahl alle 4 Wochen verdoppelt.

Aufgabenstellung:

Beurteilen Sie, ob diese Behauptung richtig oder falsch ist, und begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch!

Möglicher Lösungsweg

$1{,}25^4 = 2{,}44$

Die Behauptung ist falsch, da die Insektenanzahl in 4 Wochen um 144 % zunimmt.

Lösungsschlüssel

Auch andere sinngemäß richtige Begründungen, die sich auf exponentielles Wachstum stützen, sind zulässig.

Relative und absolute Zunahme

Aufgabennummer: 1_085	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.6

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Formel $N(t) = N_0 \cdot a^t$ mit $a > 1$ beschreibt ein exponentielles Wachstum.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die relative Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	☐
Die absolute Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	☐
Die relative Zunahme ist unabhängig von N_0.	☐
Die relative Zunahme ist abhängig von a.	☐
Die absolute Zunahme ist abhängig von a.	☐

Lösungsweg

Die relative Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	☒
Die relative Zunahme ist unabhängig von N_0.	☒
Die relative Zunahme ist abhängig von *a*.	☒
Die absolute Zunahme ist abhängig von *a*.	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.