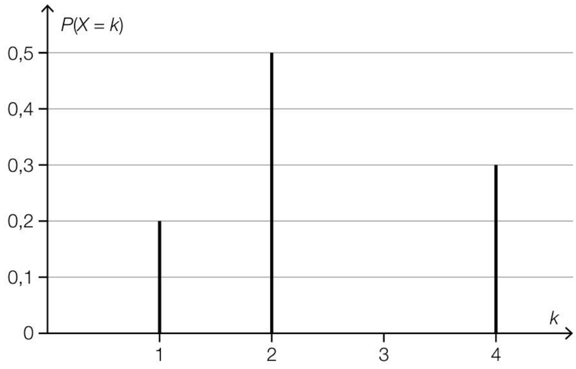
Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_1266, WS3.1, Offenes Antwortformat

In der nachstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X dargestellt.

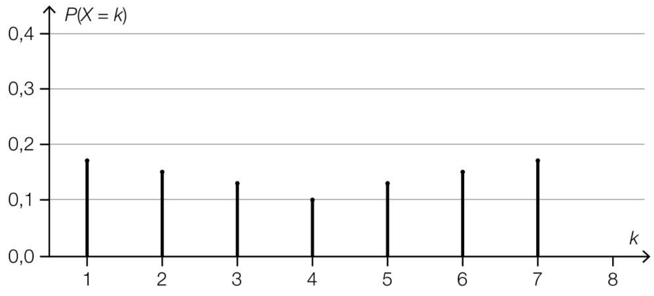


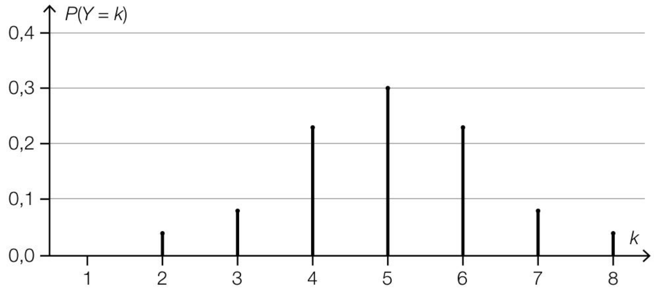
Die Zufallsvariable X nimmt nur die Werte 1, 2 und 4 mit einer positiven Wahrscheinlichkeit an.

Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Erwartungswerte und Standardabweichungen* - 1_1243, WS3.1, Lückentext

Gegeben sind die zwei Zufallsvariablen X und Y, die jeweils genau 7 ganzzahlige Werte mit positiver Wahrscheinlichkeit annehmen. Nachstehend sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für X und Y dargestellt.





Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für die Erwartungswerte $E(X)$ und $E(Y)$ gilt ___①___;
für die Standardabweichungen $\sigma(X)$ und $\sigma(Y)$ gilt ___②___.

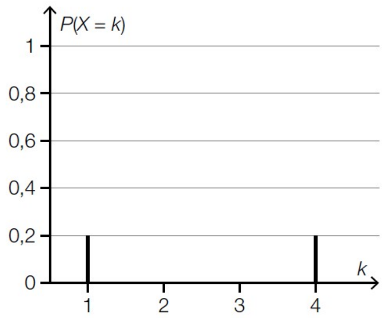
①	
$E(X) < E(Y)$	☐
$E(X) = E(Y)$	☐
$E(X) > E(Y)$	☐

②	
$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) = \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen* - 1_1201, WS3.1, Konstruktionsformat

Gegeben ist die Zufallsvariable X, die nur 1, 2, 3 oder 4 als Wert annehmen kann.

Es gilt: $P(X = 2)$ ist doppelt so groß wie $P(X = 1)$.
Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X die fehlenden Werte $P(X = 2)$ und $P(X = 3)$ ein.



Gewinnspiel* - 1_900, WS3.1, Offenes Antwortformat

Auf dem Etikett einer Getränkeflasche ist ein Code für ein Gewinnspiel aufgedruckt.

- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 10 zu erzielen, beträgt 1 %.
- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 2 zu erzielen, beträgt 4 %.

Es gibt keine weiteren Gewinne.

Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn (in €) für einen Code an.
Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$.

Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen* - 1_851, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Eine bestimmte Zufallsvariable X kann nur den Wert –4, den Wert 0 oder den Wert 2 annehmen.

Für die Wahrscheinlichkeiten gilt:

$P(X = -4) = 0{,}3$
$P(X = 0) = a$
$P(X = 2) = b$

Dabei sind a und b positive reelle Zahlen.

Der Erwartungswert von X ist null, also $E(X) = 0$.
Geben Sie a und b an.

a = ______________________________

b = ______________________________

Wahrscheinlichkeiten* - 1_826, WS3.1, 2 aus 5

Die Zufallsvariable X kann ausschließlich die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen.
Es gilt: $P(X = 1) = 0{,}1$ und $P(X > 1) = 0{,}6$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

$P(X \leq 2) = 0{,}3$	☐
$P(X < 2) = 0{,}4$	☐
$P(X = 0) = 0$	☐
$P(X \geq 0) = 0{,}9$	☐
$P(X \geq 1) = 0{,}7$	☐

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_779, WS3.1, 2 aus 5

In einer Urne befinden sich ausschließlich weiße und schwarze Kugeln. Drei Kugeln werden ohne Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Durch die nachstehende Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X gegeben.

x	1	2	3
$P(X = x)$	0,3	0,6	0,1

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,3.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mehr als eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,6.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, genau zwei schwarze Kugeln und eine weiße Kugel zu ziehen, ist 0,1.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	☐

Spielkarten* - 1_731, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Fünf Spielkarten (drei Könige und zwei Damen) werden gemischt und verdeckt auf einen Tisch gelegt. Laura dreht während eines Spieldurchgangs nacheinander die Karten einzeln um und lässt sie aufgedeckt liegen, bis die erste Dame aufgedeckt ist.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der am Ende eines Spieldurchgangs aufgedeckten Spielkarten an.
Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsvariablen X.

$E(X) =$ ____

Häufigkeit von Nebenwirkungen* - 1_707, WS3.1, Offenes Antwortformat

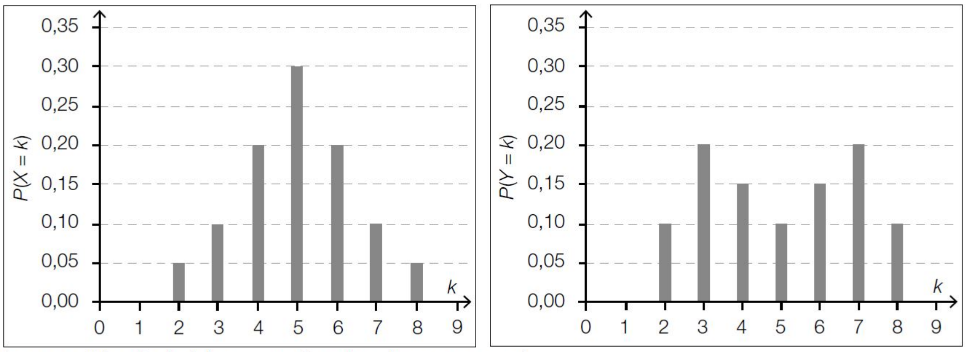
Pharmaunternehmen sind verpflichtet, alle bekannt gewordenen Nebenwirkungen eines Medikaments im Beipackzettel anzugeben. Die Häufigkeitsangaben zu Nebenwirkungen basieren auf folgenden Kategorien:

Häufigkeitsangabe	Auftreten von Nebenwirkungen
sehr häufig	Nebenwirkungen treten bei mehr als 1 von 10 Behandelten auf.
häufig	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 100 auf.
gelegentlich	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 1 000 auf.
selten	Nebenwirkungen treten bei 1 bis 10 Behandelten von 10 000 auf.
sehr selten	Nebenwirkungen treten bei weniger als 1 von 10 000 Behandelten auf.
nicht bekannt	Die Häufigkeit von Nebenwirkungen ist auf Grundlage der verfügbaren Daten nicht abschätzbar.

Eine bestimmte Nebenwirkung ist im Beipackzettel eines Medikaments mit der Häufigkeitsangabe „selten" kategorisiert.
Es werden 50 000 Personen unabhängig voneinander mit diesem Medikament behandelt. Bei einer gewissen Anzahl dieser Personen tritt diese Nebenwirkung auf.
Verwenden Sie die obigen Häufigkeitsangaben als Wahrscheinlichkeiten und bestimmen Sie unter dieser Voraussetzung, wie groß die erwartete Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen mindestens ist!

Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen* - 1_635, WS3.1, 2 aus 5

In den nachstehenden Diagrammen sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zweier Zufallsvariablen X und Y dargestellt. Die Erwartungswerte der Zufallsvariablen werden mit $E(X)$ und $E(Y)$, die Standardabweichungen mit $\sigma(X)$ und $\sigma(Y)$ bezeichnet.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$E(X) = E(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	☐
$P(3 \leq X \leq 7) = P(3 \leq Y \leq 7)$	☐
$P(X \leq 5) = 0{,}3$	☐

Wahrscheinlichkeit* - 1_611, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

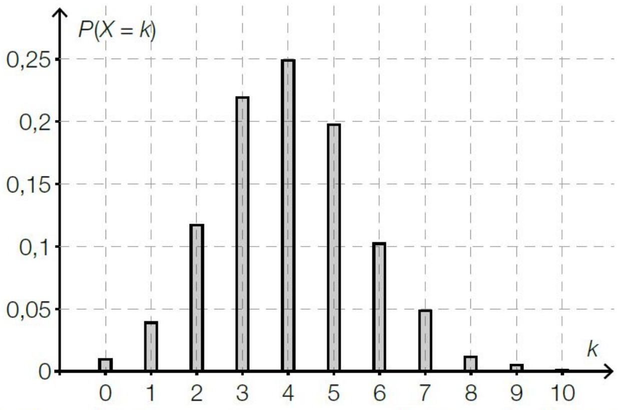
Die Zufallsvariable X hat den Wertebereich $\{0, 1, \ldots, 9, 10\}$.
Gegeben sind die beiden Wahrscheinlichkeiten $P(X = 0) = 0{,}35$ und $P(X = 1) = 0{,}38$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 2)$!

$P(X \geq 2) =$ ____

Wahrscheinlichkeit bestimmen* - 1_587, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X.



Geben Sie mithilfe dieser Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(4 \leq X < 7)$ an!

$P(4 \leq X < 7) \approx$ ____

Aussagen zu einer Zufallsvariablen* - 1_544, WS3.1, 2 aus 5

Die Zufallsvariable X kann nur die Werte 10, 20 und 30 annehmen. Die nachstehende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, wobei a und b positive reelle Zahlen sind.

k	10	20	30
$P(X = k)$	a	b	a

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Erwartungswert von X ist 20.	☐
Die Standardabweichung von X ist 20.	☐
$a + b = 1$	☐
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☐
$P(X \leq 10) = P(X \geq 10)$	☐

Zufallsexperiment* - 1_519, WS3.1, 2 aus 5

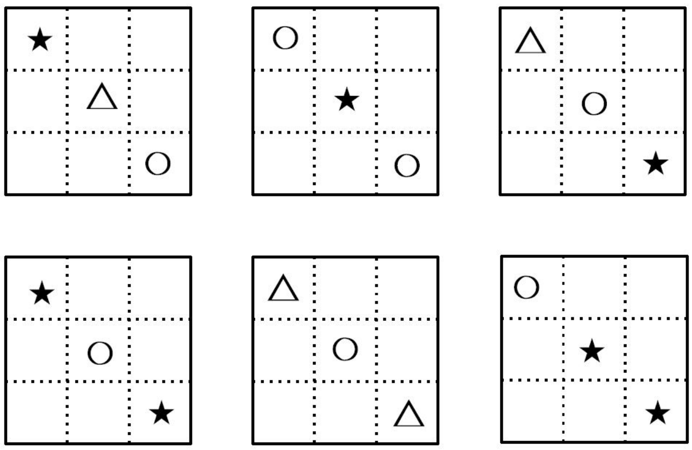
Bei einem Zufallsexperiment, das 25-mal wiederholt wird, gibt es die Ausgänge „günstig" und „ungünstig". Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft dabei das Ergebnis „günstig" eingetreten ist.
X ist binomialverteilt mit dem Erwartungswert 10.

Zwei der nachstehenden Aussagen lassen sich aus diesen Informationen ableiten.
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$P(X = 25) = 10$	☐
Wenn man das Zufallsexperiment 25-mal durchführt, werden mit Sicherheit genau 10 Ergebnisse „günstig“ sein.	☐
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig“ ausgeht, ist 40 %.	☐
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen“ Ergebnisse 20.	☐
$P(X > 10) > P(X > 8)$	☐

Zufallsvariable* - 1_496, WS3.1, Offenes Antwortformat

Nachstehend sind die sechs Seitenflächen eines fairen Spielwürfels abgebildet. Auf jeder Seitenfläche sind drei Symbole dargestellt. (Ein Würfel ist „fair“, wenn die Wahrscheinlichkeit, nach einem Wurf nach oben zu zeigen, für alle sechs Seitenflächen gleich groß ist.)



Bei einem Zufallsversuch wird der Würfel einmal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Sterne auf der nach oben zeigenden Seitenfläche.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an, d. h. die möglichen Werte von X samt zugehöriger Wahrscheinlichkeiten!

Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_472, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

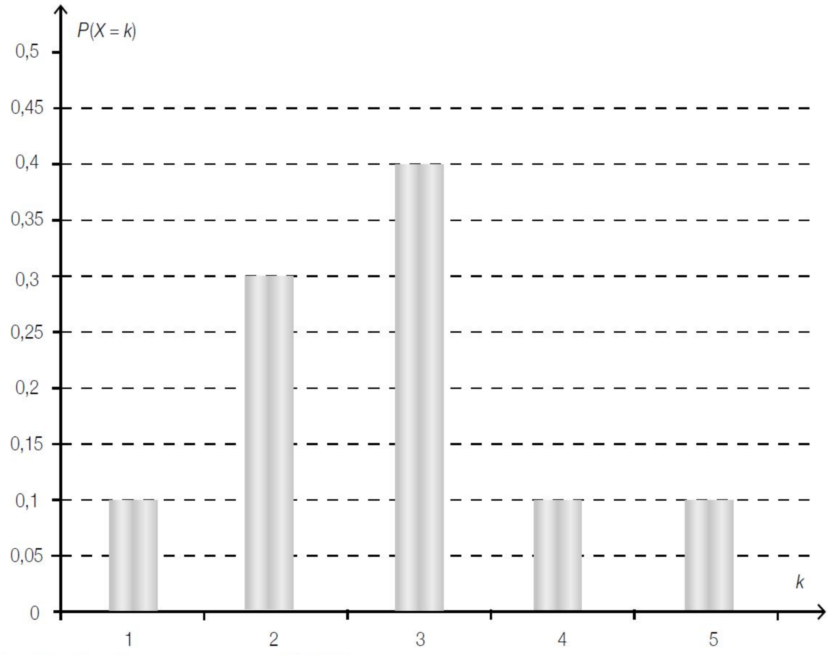
Der Wertebereich einer Zufallsvariablen X besteht aus den Werten x_1, x_2, x_3.
Man kennt die Wahrscheinlichkeit $P(X = x_1) = 0{,}4$. Außerdem weiß man, dass x_3 doppelt so wahrscheinlich wie x_2 ist.
Berechnen Sie $P(X = x_2)$ und $P(X = x_3)$!

$P(X = x_2) =$ ____

$P(X = x_3) =$ ____

Erwartungswert* - 1_447, WS3.1, Offenes Antwortformat

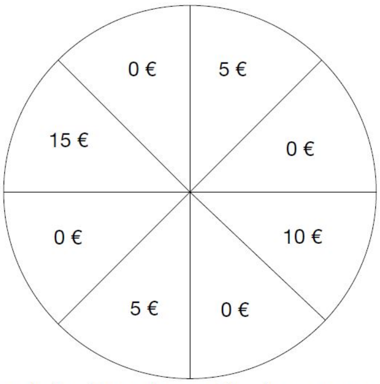
Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X, die die Werte $k = 1, 2, 3, 4, 5$ annehmen kann.



Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$!

Gewinn beim Glücksrad* - 1_423, WS3.1, Offenes Antwortformat

Das unten abgebildete Glücksrad ist in acht gleich große Sektoren unterteilt, die mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Für einmaliges Drehen des Glücksrades muss ein Einsatz von 5 € gezahlt werden. Die Gewinne, die ausbezahlt werden, wenn das Glücksrad im entsprechenden Sektor stehen bleibt, sind auf dem Glücksrad abgebildet.



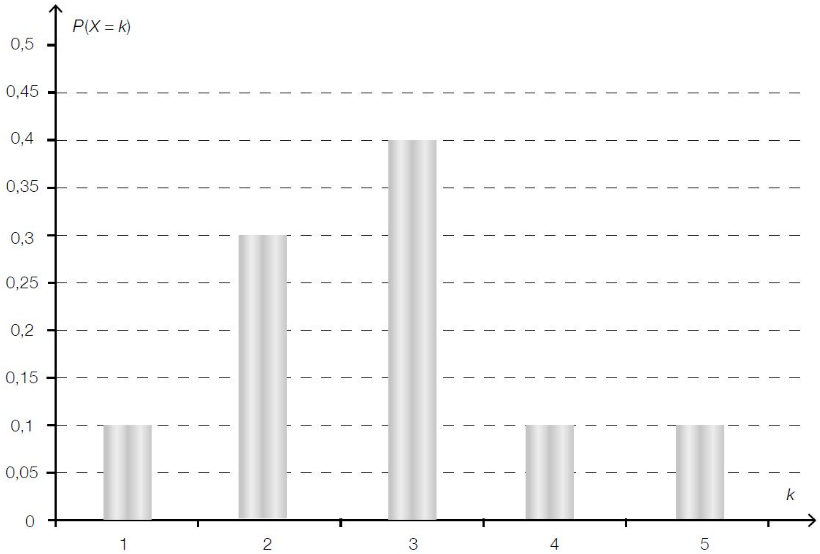
Das Glücksrad wird einmal gedreht. Berechnen Sie den entsprechenden Erwartungswert des Reingewinns G (in Euro) aus der Sicht des Betreibers des Glücksrades! Der Reingewinn ist die Differenz aus Einsatz und Auszahlungsbetrag.

Erwartungswert des Gewinns* - 1_399, WS3.1, Offenes Antwortformat

Bei einem Gewinnspiel gibt es 100 Lose. Der Lospreis beträgt € 5. Für den Haupttreffer werden € 100 ausgezahlt, für zwei weitere Treffer werden je € 50 ausgezahlt und für fünf weitere Treffer werden je € 20 ausgezahlt. Für alle weiteren Lose wird nichts ausgezahlt. Unter *Gewinn* versteht man *Auszahlung minus Lospreis*.
Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns aus der Sicht einer Person, die ein Los kauft!

Erwartungswert* - 1_375, WS3.1, Offenes Antwortformat

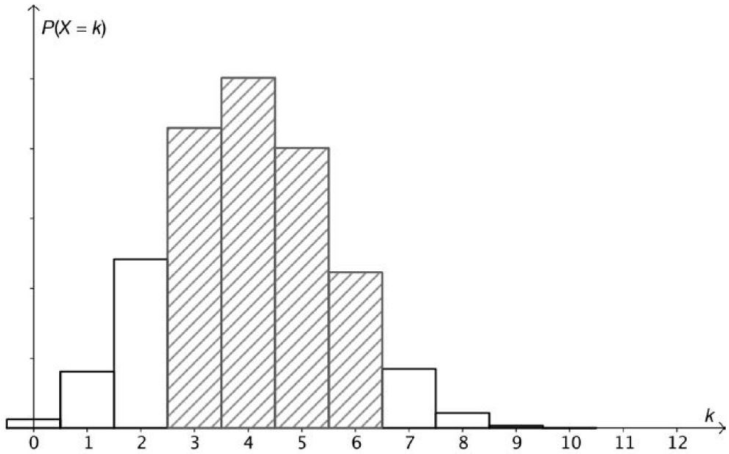
Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X, bei der jedem Wert k (k = 1, 2, 3, 4, 5) die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ zugeordnet wird.



Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X!

Diskrete Zufallsvariable* - 1_327, WS3.1, 1 aus 6

Die unten stehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X.



Welcher der folgenden Ausdrücke beschreibt die Wahrscheinlichkeit, die dem Inhalt der schraffierten Fläche entspricht?
Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck an!

$1 - P(X \leq 2)$	☐
$P(X \leq 6) - P(X \leq 3)$	☐
$P(X \geq 3) + P(X \leq 6)$	☐
$P(3 \leq X \leq 6)$	☐
$P(X \leq 6) - P(X < 2)$	☐
$P(3 < X < 6)$	☐

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_1266, WS3.1, Offenes Antwortformat

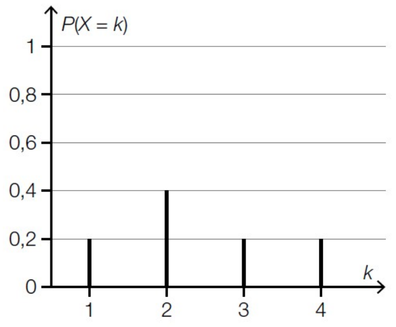
$E(X) = 1 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}3 = 2{,}4$

Lösungserwartung: Erwartungswerte und Standardabweichungen* - 1_1243, WS3.1, Lückentext

①	
$E(X) < E(Y)$	☒

②	
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen* - 1_1201, WS3.1, Konstruktionsformat



Lösungserwartung: Gewinnspiel* - 1_900, WS3.1, Offenes Antwortformat

$0{,}01 \cdot 10 + 0{,}04 \cdot 2 = 0{,}18$
$E(X) = 0{,}18$ €

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeiten einer Zufallsvariablen* - 1_851, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$a = 0{,}1$
$b = 0{,}6$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeiten* - 1_826, WS3.1, 2 aus 5

$P(X < 2) = 0{,}4$	☒
$P(X \geq 1) = 0{,}7$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_779, WS3.1, 2 aus 5

Die Wahrscheinlichkeit, höchstens zwei weiße Kugeln zu ziehen, ist 0,9.	☒
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine schwarze Kugel zu ziehen, ist 0,9.	☒

Lösungserwartung: Spielkarten* - 1_731, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$$E(X) = 1 \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + 3 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} + 4 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = 2$$

Lösungserwartung: Häufigkeit von Nebenwirkungen* - 1_707, WS3.1, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen.
$n = 50\,000$
$p = 0{,}0001$
$E(X) = n \cdot p = 50\,000 \cdot 0{,}0001 = 5$

Die erwartete Anzahl an von dieser Nebenwirkung betroffenen Personen ist mindestens 5.

Lösungserwartung: Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen* - 1_635, WS3.1, 2 aus 5

$E(X) = E(Y)$	☒
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	☒

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeit* - 1_611, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 0{,}27$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeit bestimmen* - 1_587, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$P(4 \leq X < 7) \approx 0{,}55$

Lösungserwartung: Aussagen zu einer Zufallsvariablen* - 1_544, WS3.1, 2 aus 5

Der Erwartungswert von X ist 20.	☒
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	☒

Lösungserwartung: Zufallsexperiment* - 1_519, WS3.1, 2 aus 5

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelnes Zufallsexperiment „günstig“ ausgeht, ist 40 %.	☒
Wenn man das Zufallsexperiment 50-mal durchführt, dann ist der Erwartungswert für die Anzahl der „günstigen“ Ergebnisse 20.	☒

Lösungserwartung: Zufallsvariable* - 1_496, WS3.1, Offenes Antwortformat

Die Zufallsvariable X kann die Werte $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ und $x_3 = 2$ annehmen.

Es gilt:
$P(X = 0) = \frac{1}{6}$, $P(X = 1) = \frac{3}{6}$, $P(X = 2) = \frac{2}{6}$

Lösungserwartung: Wahrscheinlichkeitsverteilung* - 1_472, WS3.1, Halboffenes Antwortformat

$P(X = x_2) = 0{,}2$
$P(X = x_3) = 0{,}4$

Lösungserwartung: Erwartungswert* - 1_447, WS3.1, Offenes Antwortformat

$E(X) = 2{,}8$

Lösungserwartung: Gewinn beim Glücksrad* - 1_423, WS3.1, Offenes Antwortformat

$$G = 5 - \left(\frac{1}{4} \cdot 5 + \frac{1}{8} \cdot 10 + \frac{1}{8} \cdot 15\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow G \approx 0{,}63\text{ €}$$

Lösungserwartung: Erwartungswert des Gewinns* - 1_399, WS3.1, Offenes Antwortformat

$$E = \frac{1}{100} \cdot 100 + \frac{2}{100} \cdot 50 + \frac{5}{100} \cdot 20 - 5 = -2$$

oder:

$$E = \frac{92}{100} \cdot (-5) + \frac{5}{100} \cdot 15 + \frac{2}{100} \cdot 45 + \frac{1}{100} \cdot 95 = -2$$

Der Erwartungswert des Gewinns beträgt € –2.

Lösungserwartung: Erwartungswert* - 1_375, WS3.1, Offenes Antwortformat

$$E(X) = 1 \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}4 + 4 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}1 = \frac{14}{5} = 2{,}8$$

Lösungserwartung: Diskrete Zufallsvariable* - 1_327, WS3.1, 1 aus 6

$P(3 \leq X \leq 6)$	☒

Erwartungswert*

Aufgabennummer: 1_148	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: WS 3.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

In der nachstehenden Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X dargestellt.

a_i mit $i \in \{1, 2, 3, 4\}$	1	2	3	4
$P(X = a_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X!

$E(X)$ = ____________________________________

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Möglicher Lösungsweg

$E(X) = 2{,}6$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Aufgabennummer: 1_043	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gustav kommt in der Nacht nach Hause und muss im Dunkeln die Haustüre aufsperren. An seinem ringförmigen Schlüsselbund hängen fünf gleiche Schlüsseltypen, von denen nur einer sperrt. Er beginnt die Schlüssel zufällig und nacheinander zu probieren. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl k der Schlüssel an, die er probiert, bis die Tür geöffnet ist.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie in der Tabelle die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ dieser Zufallsvariablen X!

k	1	2	3	4	5
$P(X = k)$					

$E(X) =$ ______________________________

Möglicher Lösungsweg

Gleichwahrscheinlichkeit liegt vor, weil:

k	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{5}$

Erwartungswert:

$$E(X) = \left(1 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{1}{5} + 5 \cdot \frac{1}{5}\right) = 3$$

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die Tabelle korrekt ausgefüllt und der Erwartungswert richtig berechnet ist.

Erfolg und Misserfolg* - 1_1263, WS2.1, Offenes Antwortformat

Ein bestimmtes Zufallsexperiment besteht aus n unabhängigen Durchführungen eines Versuchs ($n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$). Bei jedem Versuch tritt „Erfolg“ mit der Wahrscheinlichkeit p ein, ansonsten „Misserfolg“.

Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E bei diesem Zufallsexperiment, das mit der Wahrscheinlichkeit $1 - (1 - p)^n$ eintritt.

Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_1202, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Bei einem bestimmten Zufallsversuch tritt entweder „Erfolg“ oder „Misserfolg“ ein. Dieser Zufallsversuch wird 30-mal durchgeführt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt an, wie oft dabei „Erfolg“ eintritt. Für den Erwartungswert gilt: $E(X) = 12$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(18 \leq X \leq 20)$.

$P(18 \leq X \leq 20) =$ ________________________________

Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_877, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Ein bestimmter Zufallsversuch mit der unbekannten Erfolgswahrscheinlichkeit p wird 400-mal durchgeführt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt dabei die Anzahl der Erfolge. Für den Erwartungswert gilt: $\mu = 80$.

Berechnen Sie die Erfolgswahrscheinlichkeit p sowie die Standardabweichung σ der Zufallsvariablen X.

$p =$ ________________________________

$\sigma =$ ________________________________

Rauchverhalten* - 1_852, WS3.2, Offenes Antwortformat

Laut einer Studie wollen 34 % aller Raucher/innen mit dem Rauchen aufhören.

Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\binom{200}{57} \cdot 0{,}34^{57} \cdot 0{,}66^{143}$$

Defekte Geräte* - 1_827, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Erfahrungsgemäß sind 2,5 % der Geräte, die von einem bestimmten Unternehmen geliefert werden, defekt. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der defekten Geräte in einer Zufallsstichprobe vom Umfang n an. Für den Erwartungswert gilt: $E(X) = 20$.

Berechnen Sie den Umfang n der Zufallsstichprobe.

$n =$ ________________________________

Wurf einer Münze* - 1_804, WS3.2, Offenes Antwortformat

Eine Münze zeigt nach einem Wurf entweder *Kopf* oder *Zahl*. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze *Kopf* zeigt, ist bei jedem Wurf genauso hoch wie die Wahrscheinlichkeit, dass sie *Zahl* zeigt. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Die Münze wird 20-mal geworfen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesen 20 Würfen die Münze genau 12-mal *Kopf* zeigt.

Zimmerbuchung* - 1_780, WS3.2, Offenes Antwortformat

Ein Hotelmanager geht aufgrund langjähriger Erfahrung davon aus, dass jede Zimmerbuchung, die unabhängig von anderen Zimmerbuchungen erfolgte, mit 10%iger Wahrscheinlichkeit storniert wird. Er nimmt für einen bestimmten Termin 40 voneinander unabhängige Zimmerbuchungen an.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an diesem Termin von den 40 Zimmerbuchungen höchstens 5 % storniert werden.

Drei Würfe mit einem Kegel* - 1_756, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Wirft man einen Kegel, kann dieser entweder auf der Mantelfläche oder auf der Grundfläche zu liegen kommen.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Kegel auf der Grundfläche zu liegen kommt, beträgt bei jedem Wurf unabhängig von den anderen Würfen 30 %.

Der Kegel wird im Zuge eines Zufallsexperiments dreimal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft der Kegel dabei auf der Grundfläche zu liegen kommt.

Die unten stehende Tabelle soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X angeben.
Ergänzen Sie die fehlenden Werte.

X	Wahrscheinlichkeit (gerundet)
0	0,343
1	0,441
2	
3	

Pasch* - 1_732, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei einem Spiel werden in jeder Spielrunde zwei Würfel geworfen. Zeigen nach einem Wurf beide Würfel die gleiche Augenzahl, spricht man von einem *Pasch*. Die Wahrscheinlichkeit, einen Pasch zu werfen, beträgt $\frac{1}{6}$.

Bildquelle: BMBWF

Es werden acht Runden (unabhängig voneinander) gespielt. Die Zufallsvariable X bezeichnet dabei die Anzahl der geworfenen Pasche.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fall, dass die Anzahl X der geworfenen Pasche unter dem Erwartungswert $E(X)$ liegt.

Trefferwahrscheinlichkeit* - 1_708, WS3.2, Zuordnungsformat

Bei einem Training wirft eine Basketballspielerin einen Ball sechsmal hintereinander zum Korb. Fällt der Ball in den Korb, spricht man von einem Treffer. Die Trefferwahrscheinlichkeit dieser Spielerin beträgt bei jedem Wurf 0,85 (unabhängig von den anderen Würfen).

Ordnen Sie den vier Ereignissen jeweils denjenigen Term (aus A bis F) zu, der die Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieses Ereignisses beschreibt!

Die Spielerin trifft genau einmal.	
Die Spielerin trifft höchstens einmal.	
Die Spielerin trifft mindestens einmal.	
Die Spielerin trifft genau zweimal.	

A	$1 - 0{,}85^6$
B	$0{,}15^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^1 \cdot 0{,}15^5$
C	$1 - 0{,}15^6$
D	$0{,}85^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^5 \cdot 0{,}15^1$
E	$6 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15^5$
F	$\binom{6}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^4$

Computerchips* - 1_683, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Ein Unternehmen stellt Computerchips her. Jeder produzierte Computerchip ist unabhängig von den anderen mit einer Wahrscheinlichkeit von 97 % funktionsfähig.
Das Unternehmen produziert an einem bestimmten Tag 500 Computerchips.
Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung für die Anzahl der funktionsfähigen Computerchips, die an diesem bestimmten Tag produziert werden!

Erwartungswert: ______________________________

Standardabweichung: ______________________________

Binomialverteilung* - 1_660, WS3.2, Zuordnungsformat

Der relative Anteil der österreichischen Bevölkerung mit der Blutgruppe „AB Rhesusfaktor negativ" (AB–) ist bekannt und wird mit p bezeichnet.
In einer Zufallsstichprobe von 100 Personen soll ermittelt werden, wie viele dieser zufällig ausgewählten Personen die genannte Blutgruppe haben.
Ordnen Sie den vier angeführten Ereignissen jeweils denjenigen Term (aus A bis F) zu, der die diesem Ereignis entsprechende Wahrscheinlichkeit angibt!

Genau eine Person hat die Blutgruppe AB–.	
Mindestens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	
Höchstens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	
Keine Person hat die Blutgruppe AB–.	

A	$1 - p^{100}$
B	$p \cdot (1 - p)^{99}$
C	$1 - (1 - p)^{100}$
D	$(1 - p)^{100}$
E	$p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$
F	$(1 - p)^{100} + p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$

Massenproduktion* - 1_636, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei der Massenproduktion eines bestimmten Produkts werden Packungen zu 100 Stück erzeugt. In einer solchen Packung ist jedes einzelne Stück (unabhängig von den anderen) mit einer Wahrscheinlichkeit von 6 % mangelhaft.
Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in dieser Packung höchstens zwei mangelhafte Stücke zu finden sind!

Rosenstöcke* - 1_612, WS3.2, Offenes Antwortformat

Ein bestimmter Prozentsatz der Stöcke einer Rosensorte bringt gelbe Blüten hervor.
In einem Beet wird eine gewisse Anzahl an Rosenstöcken dieser Sorte gepflanzt. Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt und gibt die Anzahl der gelbblühenden Rosenstöcke an. Dabei beträgt der Erwartungswert für die Anzahl X der gelbblühenden Rosenstöcke 32, und die Standardabweichung hat den Wert 4.

Es wird folgender Vergleich angestellt:
„Die Wahrscheinlichkeit, dass sich in diesem Beet mindestens 28 und höchstens 36 gelbblühende Rosenstöcke befinden, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 32 gelbblühende Rosenstöcke vorhanden sind."
Geben Sie an, ob dieser Vergleich zutrifft, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Reifen* - 1_588, WS3.2, Offenes Antwortformat

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein neuer Autoreifen einer bestimmten Marke innerhalb der ersten 10000 Kilometer Fahrt durch einen Materialfehler defekt wird, liegt bei p %.

Eine Zufallsstichprobe von 80 neuen Reifen dieser Marke wird getestet.
Geben Sie einen Ausdruck an, mit dem man die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer dieser Reifen innerhalb der ersten 10000 Kilometer Fahrt durch einen Materialfehler defekt wird, berechnen kann!

Parameter einer Binomialverteilung* - 1_495, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Ein Zufallsexperiment wird durch eine binomialverteilte Zufallsvariable X beschrieben. Diese hat die Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0{,}36$ und die Standardabweichung $\sigma = 7{,}2$.
Berechnen Sie den zugehörigen Parameter n (Anzahl der Versuche)!

n = ___________________________

Verschiedenfärbige Kugeln* - 1_471, WS3.2, 1 aus 6

Auf einem Tisch steht eine Schachtel mit drei roten und zwölf schwarzen Kugeln. Nach dem Zufallsprinzip werden nacheinander drei Kugeln aus der Schachtel gezogen, wobei die gezogene Kugel jeweils wieder zurückgelegt wird.
Gegeben ist der folgende Ausdruck:

$3 \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2$

Kreuzen Sie dasjenige Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit durch diesen Ausdruck berechnet wird!

Es wird höchstens eine schwarze Kugel gezogen.	☐
Es werden genau zwei schwarze Kugeln gezogen.	☐
Es werden zwei rote Kugeln und eine schwarze Kugel gezogen.	☐
Es werden nur rote Kugeln gezogen.	☐
Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen.	☐
Es wird keine rote Kugel gezogen.	☐

Sammelwahrscheinlichkeit bei Überraschungseiern* - 1_422, WS3.2, Offenes Antwortformat

Ein italienischer Süßwarenhersteller stellt Überraschungseier her. Das Ei besteht aus Schokolade. Im Inneren des Eies befindet sich in einer gelben Kapsel ein Spielzeug oder eine Sammelfigur. Der Hersteller wirbt für die Star-Wars-Sammelfiguren mit dem Slogan „Wir sind jetzt mit dabei, in jedem 7. Ei!“.

Bildquelle: http://www.eierlei.de/images/news/main_news/strawars_0294968706.jpg [26.05.2015].

Peter kauft in einem Geschäft zehn Überraschungseier aus dieser Serie. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Peter mindestens eine Star-Wars-Sammelfigur erhält!

Tennisspiel* - 1_398, WS3.2, Offenes Antwortformat

Stefan und Helmut spielen im Training 5 Sätze Tennis. Stefan hat eine konstante Gewinnwahrscheinlichkeit von 60 % für jeden gespielten Satz.
Es wird folgender Wert berechnet:

$$\binom{5}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}2304$$

Geben Sie an, was dieser Wert im Zusammenhang mit der Angabe aussagt!

Würfeln* - 1_374, WS3.2, 2 aus 5

Ein fairer Würfel wird zehnmal geworfen.

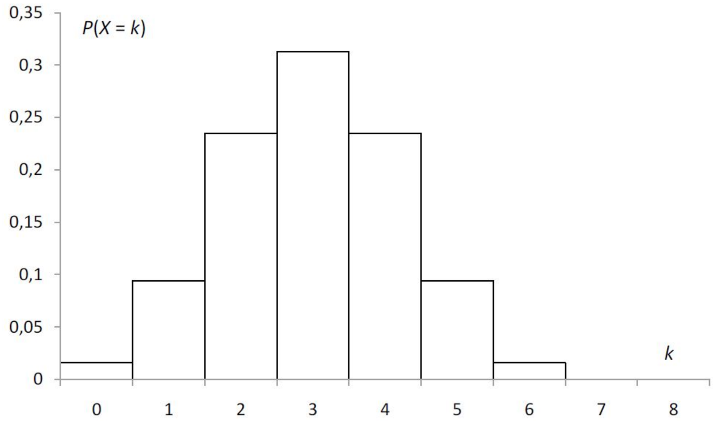
Kreuzen Sie die beiden Wahrscheinlichkeiten an, die durch
$1 - \left[\binom{10}{9} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \frac{5}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^{10}\right]$ angegeben werden können.

Wahrscheinlichkeit, höchstens acht Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, mehr als zweimal keinen Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal keinen Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, weniger als neun Sechser zu werfen	☐
Wahrscheinlichkeit, mehr als acht Sechser zu werfen	☐

Binomialverteilung* - 1_351, WS3.2, Konstruktionsformat

In der untenstehenden Abbildung ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X mit den Parametern $n = 6$ und $p = 0{,}5$ durch ein Säulendiagramm (Säulenbreite = 1) dargestellt. μ bezeichnet den Erwartungswert von X.

Schraffieren Sie diejenigen Rechtecksflächen, die $P(X > \mu)$ veranschaulichen!



Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_350, WS3.3, 2 aus 5

In einer Urne befinden sich sieben weiße und drei rote Kugeln, die gleich groß und durch Tasten nicht unterscheidbar sind. Jemand nimmt, ohne hinzusehen, Kugeln aus der Urne.
In welchen der folgenden Fälle ist die Zufallsvariable X binomialverteilt?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

X beschreibt die Anzahl der roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird.	☐
X beschreibt die Anzahl der weißen Kugeln bei viermaligem Ziehen, wenn die entnommenen Kugeln nicht zurückgelegt werden.	☐
X beschreibt die Anzahl der weißen Kugeln bei fünfmaligem Ziehen, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird.	☐
X beschreibt die Anzahl der Züge, bis die erste rote Kugel gezogen wird, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird.	☐
X beschreibt die Anzahl der Züge, bis alle weißen Kugeln gezogen wurden, wenn die entnommenen Kugeln nicht zurückgelegt werden.	☐

Multiple-Choice-Antwort* - 1_326, WS3.2, Offenes Antwortformat

Bei einer schriftlichen Prüfung werden der Kandidatin / dem Kandidaten fünf Fragen mit je vier Antwortmöglichkeiten vorgelegt. Genau eine der Antworten ist jeweils richtig.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kandidatin / der Kandidat bei zufälligem Ankreuzen mindestens viermal die richtige Antwort kennzeichnet!

Lösungserwartung: Erfolg und Misserfolg* - 1_1263, WS2.1, Offenes Antwortformat

E ... „es tritt (bei n-maliger Durchführung des Versuchs) mindestens 1-mal ‚Erfolg' ein"

Lösungserwartung: Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_1202, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

$p = \frac{12}{30} = 0{,}4$

$P(18 \leq X \leq 20) = 0{,}0203...$

Lösungserwartung: Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_877, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

$p = \frac{80}{400} = 0{,}2$

$\sigma = \sqrt{80 \cdot 0{,}8} = 8$

Lösungserwartung: Rauchverhalten* - 1_852, WS3.2, Offenes Antwortformat

Der Ausdruck gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass unter 200 zufällig ausgewählten Personen, die rauchen, 57 Personen mit dem Rauchen aufhören wollen.

Lösungserwartung: Defekte Geräte* - 1_827, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$20 = n \cdot 0{,}025$
$n = 800$

Lösungserwartung: Wurf einer Münze* - 1_804, WS3.2, Offenes Antwortformat

Die mit den Parametern n und p binomialverteilte Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Würfe der Münze, bei denen *Kopf* geworfen wird.

$n = 20$
$p = 0{,}5$
$P(X = 12) = \binom{20}{12} \cdot 0{,}5^{12} \cdot 0{,}5^{8} = 0{,}120... \approx 0{,}12$

Lösungserwartung: Zimmerbuchung* - 1_780, WS3.2, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

X ... Anzahl der Zimmerbuchungen (von den 40 Zimmerbuchungen), die storniert werden

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 40$ und $p = 0{,}1$.

$P(X \leq 2) = 0{,}2228... \approx 22{,}3\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass an diesem Termin von den 40 Zimmerbuchungen höchstens 5 % storniert werden, beträgt ca. 22,3 %.

Lösungserwartung: Drei Würfe mit einem Kegel* - 1_756, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

X	Wahrscheinlichkeit (gerundet)
0	0,343
1	0,441
2	0,189
3	0,027

Lösungserwartung: Pasch* - 1_732, WS3.2, Offenes Antwortformat

mögliche Vorgehensweise:

$\mu = n \cdot p = 8 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{3}$

$P\left(X \leq \frac{4}{3}\right) = P(X \leq 1) = \left(\frac{5}{6}\right)^8 + 8 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0{,}6047$

Lösungserwartung: Trefferwahrscheinlichkeit* - 1_708, WS3.2, Zuordnungsformat

Die Spielerin trifft genau einmal.	E
Die Spielerin trifft höchstens einmal.	B
Die Spielerin trifft mindestens einmal.	C
Die Spielerin trifft genau zweimal.	F

A	$1 - 0{,}85^6$
B	$0{,}15^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^1 \cdot 0{,}15^5$
C	$1 - 0{,}15^6$
D	$0{,}85^6 + \binom{6}{1} \cdot 0{,}85^5 \cdot 0{,}15^1$
E	$6 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15^5$
F	$\binom{6}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^4$

Lösungserwartung: Computerchips* - 1_683, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Erwartungswert: $500 \cdot 0{,}97 = 485$

Standardabweichung: $\sqrt{500 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}03} \approx 3{,}81$

Lösungserwartung: Binomialverteilung* - 1_660, WS3.2, Zuordnungsformat

Genau eine Person hat die Blutgruppe AB–.	E
Mindestens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	C
Höchstens eine Person hat die Blutgruppe AB–.	F
Keine Person hat die Blutgruppe AB–.	D

A	$1 - p^{100}$
B	$p \cdot (1 - p)^{99}$
C	$1 - (1 - p)^{100}$
D	$(1 - p)^{100}$
E	$p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$
F	$(1 - p)^{100} + p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$

Lösungserwartung: Massenproduktion* - 1_636, WS3.2, Offenes Antwortformat

Mögliche Vorgehensweise:

Die (binomialverteilte) Zufallsvariable X (mit den Parametern $n = 100$ und $p = 0{,}06$) beschreibt die Anzahl der mangelhaften Stücke in dieser Packung.

$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \approx 0{,}057$

Lösungserwartung: Rosenstöcke* - 1_612, WS3.2, Offenes Antwortformat

Der Vergleich trifft zu.

Mögliche Begründung:

Erwartungswert: $\mu = 32$, Standardabweichung: $\sigma = 4$

unter Einbeziehung der Wahrscheinlichkeiten für σ-Umgebungen (bei Approximation durch die normalverteilte Zufallsvariable Y):

$P(28 \leq X \leq 36) \approx P(\mu - \sigma \leq Y \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}683$

$P(X > 32) \approx P(Y > \mu) = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$

Weitere Begründungsvarianten:

n … Anzahl der Rosenstöcke

p … Wahrscheinlichkeit für einen gelbblühenden Rosenstock

$\mu = 32 = n \cdot p,\ \sigma^2 = 16 = n \cdot p \cdot (1 - p) \quad \Rightarrow \quad n = 64, p = 0{,}5$

- mittels Binomialverteilung:
  $P(28 \leq X \leq 36) \approx 0{,}7396$
  $P(X > 32) \approx 0{,}4503 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$
- mittels Approximation mit Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y:
  $P(28 \leq X \leq 36) \approx P(27{,}5 \leq Y \leq 36{,}5) \approx 0{,}7394$
  $P(X > 32) \approx P(Y > 32{,}5) \approx 0{,}4503 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$
- mittels Approximation ohne Stetigkeitskorrektur durch die normalverteilte Zufallsvariable Y:
  $P(28 \leq X \leq 36) \approx P(28 \leq Y \leq 36) \approx 0{,}6827$
  $P(X > 32) \approx P(Y > 32) = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad P(28 \leq X \leq 36) > P(X > 32)$

Lösungserwartung: Reifen* - 1_588, WS3.2, Offenes Antwortformat

$$1 - \left(1 - \frac{p}{100}\right)^{80}$$

Lösungserwartung: Parameter einer Binomialverteilung* - 1_495, WS3.2, Halboffenes Antwortformat

Mögliche Berechnung:

$n \cdot 0{,}36 \cdot (1 - 0{,}36) = 7{,}2^2$

$n = 225$

Lösungserwartung: Verschiedenfärbige Kugeln* - 1_471, WS3.2, 1 aus 6

Es werden genau zwei schwarze Kugeln gezogen.	☒

Lösungserwartung: Sammelwahrscheinlichkeit bei Überraschungseiern* - 1_422, WS3.2, Offenes Antwortformat

$$1 - \left(\frac{6}{7}\right)^{10}$$

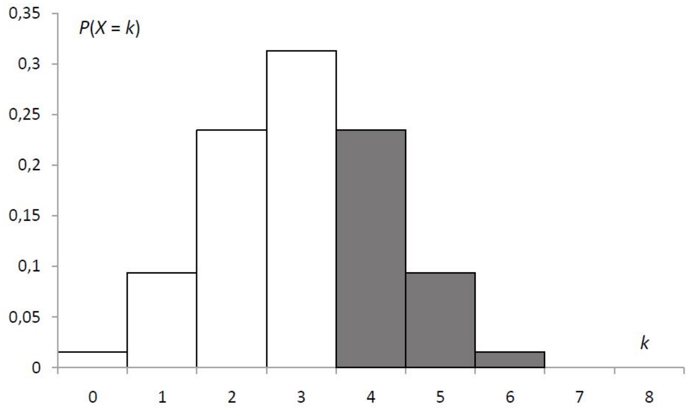
Lösungserwartung: Tennisspiel* - 1_398, WS3.2, Offenes Antwortformat

Dieser Wert gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der Helmut 3 von 5 Sätzen im Training gewinnt.

Lösungserwartung: Würfeln* - 1_374, WS3.2, 2 aus 5

Wahrscheinlichkeit, höchstens acht Sechser zu werfen	☒
Wahrscheinlichkeit, weniger als neun Sechser zu werfen	☒

Lösungserwartung: Binomialverteilung* - 1_351, WS3.2, Konstruktionsformat



Lösungserwartung: Binomialverteilte Zufallsvariable* - 1_350, WS3.3, 2 aus 5

X beschreibt die Anzahl der roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird.	☒
X beschreibt die Anzahl der weißen Kugeln bei fünfmaligem Ziehen, wenn jede entnommene Kugel wieder zurückgelegt wird.	☒

Lösungserwartung: Multiple-Choice-Antwort* - 1_326, WS3.2, Offenes Antwortformat

X ... Anzahl der richtigen Antworten

$$W(X \geq 4) = 5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{64} \approx 0{,}02 = 2\ \%$$

Flaschensortieranlage

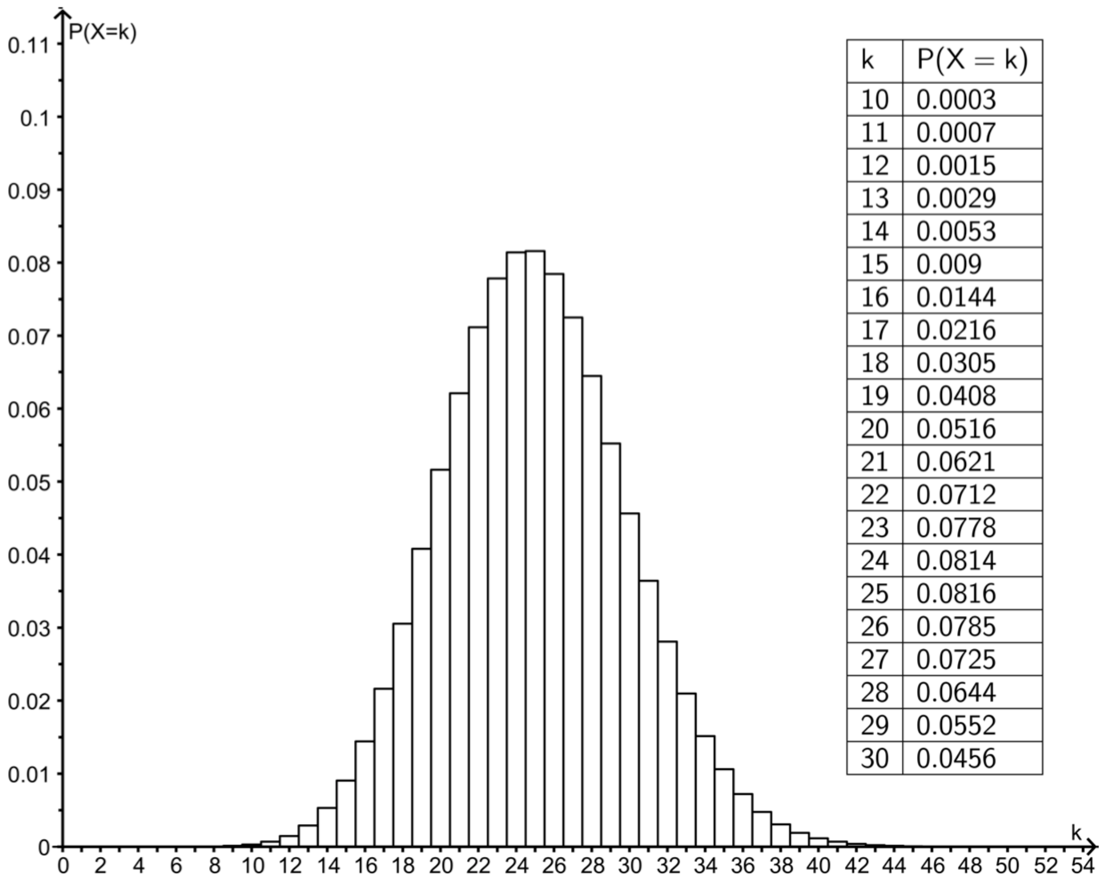
Aufgabennummer: 1_292	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Auf einer Sortieranlage werden 500 Flaschen von einem Scanner untersucht – es wird die Art des Kunststoffes ermittelt. p % der Flaschen werden richtig erkannt und in die bereitgestellten Behälter einsortiert. Die Werte der binomialverteilten Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl k der falschen Entscheidungen beim vorgegebenen Stichprobenumfang.

Aufgabenstellung:

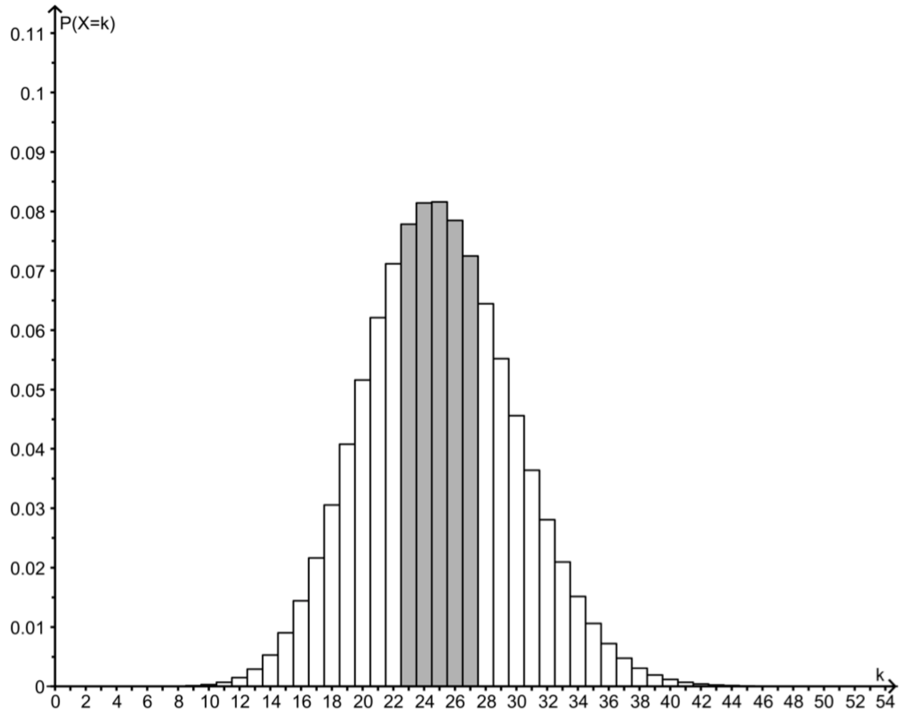
Berechnen Sie mithilfe der gegebenen Tabelle die Wahrscheinlichkeit $P(22 < X \leq 27)$ und markieren Sie diese in der Grafik.



k	P(X = k)
10	0.0003
11	0.0007
12	0.0015
13	0.0029
14	0.0053
15	0.009
16	0.0144
17	0.0216
18	0.0305
19	0.0408
20	0.0516
21	0.0621
22	0.0712
23	0.0778
24	0.0814
25	0.0816
26	0.0785
27	0.0725
28	0.0644
29	0.0552
30	0.0456

Möglicher Lösungsweg

$P(22 < X \leq 27) = 0{,}0778 + 0{,}0814 + 0{,}0816 + 0{,}0785 + 0{,}0725 = 0{,}3918 \approx 39{,}2\ \%$



Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet und in der Grafik gekennzeichnet ist.

Binomialverteilte Zufallsvariable

Aufgabennummer: 1_291	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 8$ und $p = 0{,}25$.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X)$	0,1001	0,2670	0,3115	0,2076	0,0865	0,0231	0,0038	0,0004	0,00002

μ ist der Erwartungswert, σ die Standardabweichung der Verteilung.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die folgende Wahrscheinlichkeit!

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) =$

Möglicher Lösungsweg

$\mu = n \cdot p = 8 \cdot 0{,}25 = 2$

$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1 - p)} \approx 1{,}22$

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(1 \leq X \leq 3) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) =$

$= 0{,}2670 + 0{,}3115 + 0{,}2076 = 0{,}7861 = 78{,}61\ \%$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wurde.

Kennzahlen der Binomialverteilung

Aufgabennummer: 1_188	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.2

☐ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Auf einer Sortieranlage werden Flaschen von einem Scanner untersucht und es wird die Art des Kunststoffes ermittelt. 95 % der Flaschen werden richtig erkannt und in die bereitgestellten Behälter einsortiert.
Die Werte der Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl der falschen Entscheidungen bei einem Stichprobenumfang von 500 Stück. Verwenden Sie die Binomialverteilung als Modell.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung für die Zufallsvariable X!

Möglicher Lösungsweg

$\mu = n \cdot p = 500 \cdot 0{,}05 = 25$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{500 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95} = 4{,}8734$

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn beide Werte richtig berechnet sind und σ im Lösungsintervall [4,8; 4,9] liegt.

Bundesinstitut bifie Wien | Zentrum für Innovation & Qualitätsentwicklung

Graphen einer Binomialverteilung

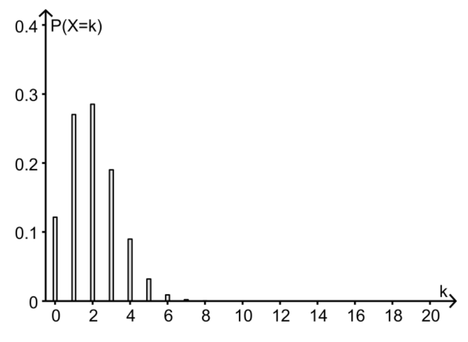
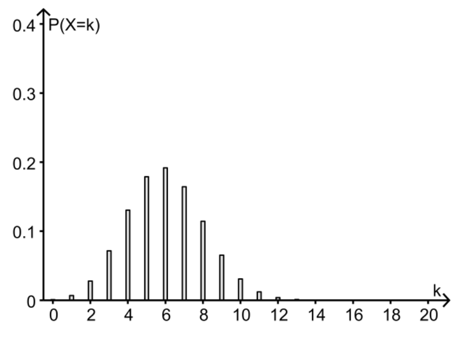
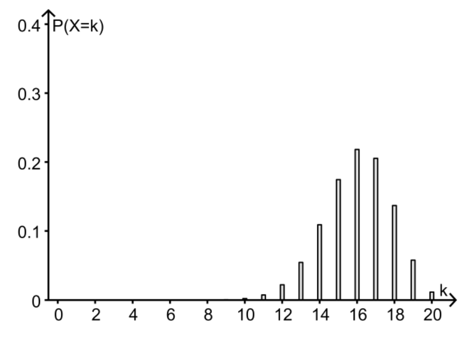
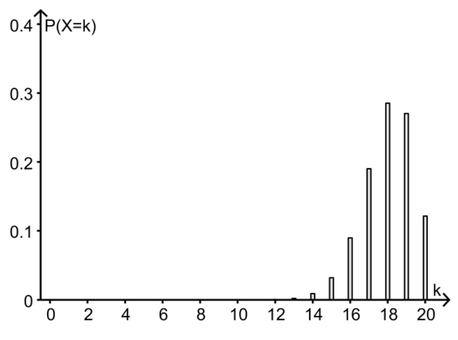
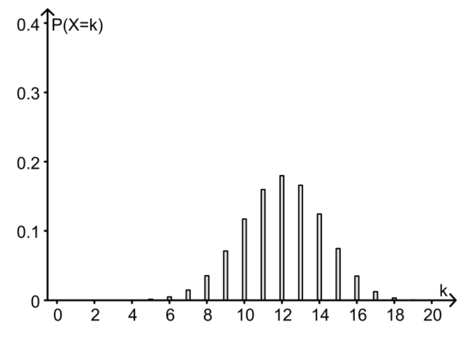
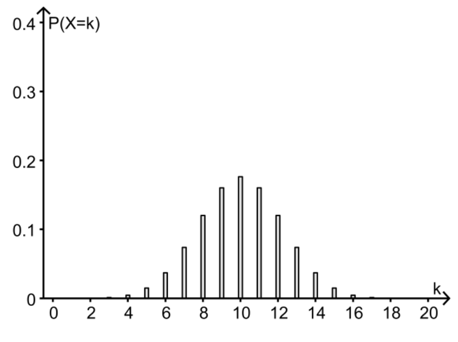
Aufgabennummer: 1_046	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: WS 3.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

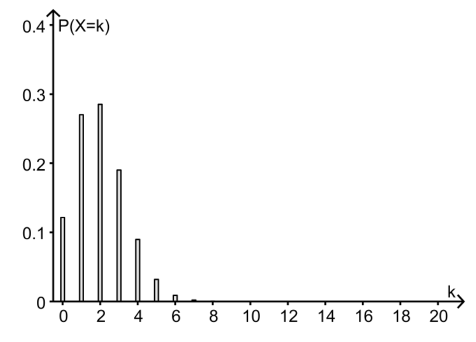
In den untenstehenden Grafiken sind Binomialverteilungen dargestellt.

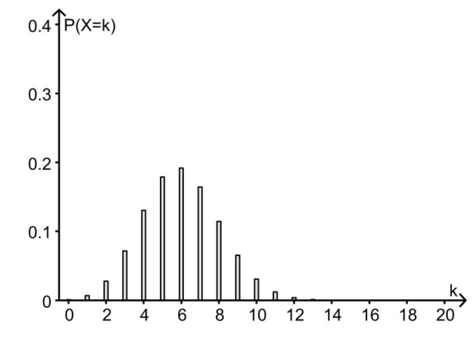
Aufgabenstellung:

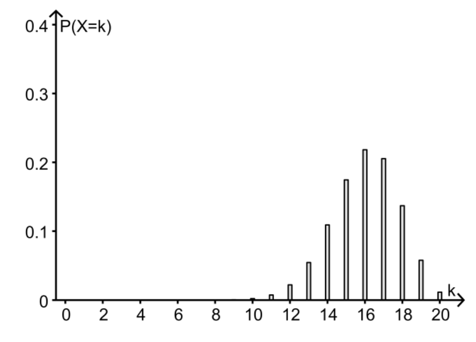
Kreuzen Sie diejenige Grafik an, die einer Binomialverteilung mit n = 20 und p = 0,9 zuzuordnen ist!

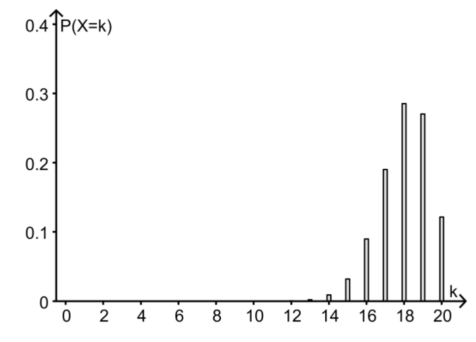
	☐		☐
	☐		☐
	☐		☐

Lösungsweg

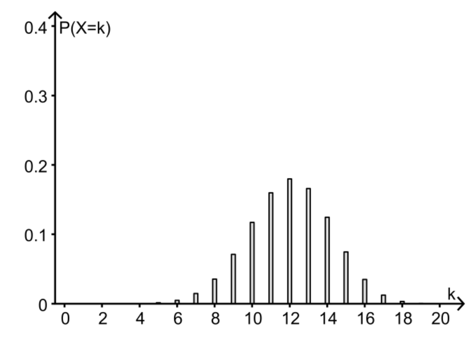


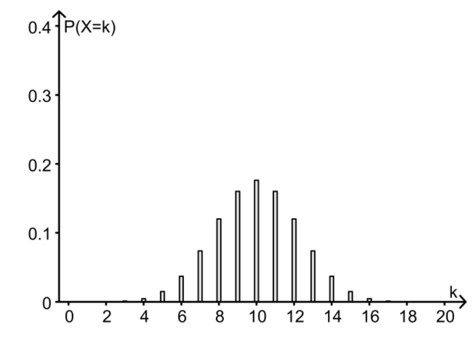






☒





Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

Binomialverteilung

Aufgabennummer: 1_044	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: WS 3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Zufallsvariable X sei binomialverteilt mit $n = 25$ und $p = 0{,}15$.
Es soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, sodass die Zufallsvariable X höchstens den Wert 2 annimmt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie den zutreffenden Term an!

$\binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	☐
$0{,}85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	☐
$\binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	☐
$1 - \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	☐
$1 - \left[0{,}85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}\right]$	☐
$\binom{25}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^{23}$	☐

Lösungsweg

$\binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	
$0{,}85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	☒
$\binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	
$1 - \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}$	
$1 - \left[0{,}85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0{,}15^2 \cdot 0{,}85^{23}\right]$	
$\binom{25}{2} \cdot 0{,}85^2 \cdot 0{,}15^{23}$	

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

Aufnahmetest

Aufgabennummer: 1_047	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Eine Universität führt einen Aufnahmetest durch. Dabei werden zehn Multiple-Choice-Fragen gestellt, wobei jede Frage vier Antwortmöglichkeiten hat. Nur eine davon ist richtig.
In den letzten Jahren wurden durchschnittlich 40 Bewerber/innen aufgenommen. Dabei traten etwa 95 % der angemeldeten Kandidatinnen und Kandidaten tatsächlich zum Aufnahmetest an. Heuer treten 122 Bewerber/innen zu diesem Aufnahmetest an.

Nehmen Sie an, dass Kandidat *K* alle Antworten völlig zufällig ankreuzt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Anzahl der angemeldeten Kandidatinnen und Kandidaten, die tatsächlich zum Aufnahmetest erscheinen, ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0{,}40$.	☐
Die Anzahl der richtig beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten *K* ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}25$.	☐
Die durchschnittliche Anzahl der richtig beantworteten Fragen aller angetretenen Kandidatinnen und Kandidaten ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0{,}40$.	☐
Die Anzahl der zufällig ankreuzenden Kandidatinnen und Kandidaten, die aufgenommen werden, ist binomialverteilt mit $n = 40$ und $p = 0{,}25$.	☐
Die Anzahl der falsch beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten *K* ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}75$.	☐

Lösungsweg

Die Anzahl der angemeldeten Kandidatinnen und Kandidaten, die tatsächlich zum Aufnahmetest erscheinen, ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0{,}40$.	
Die Anzahl der richtig beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten K ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}25$.	☒
Die durchschnittliche Anzahl der richtig beantworteten Fragen aller angetretenen Kandidatinnen und Kandidaten ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0{,}40$.	
Die Anzahl der zufällig ankreuzenden Kandidatinnen und Kandidaten, die aufgenommen werden, ist binomialverteilt mit $n = 40$ und $p = 0{,}25$.	
Die Anzahl der falsch beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten K ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0{,}75$.	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Binomialverteilung*

Aufgabennummer: 1_152	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Einige der unten angeführten Situationen können mit einer Binomialverteilung modelliert werden.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Situation(en) an, bei der/denen die Zufallsvariable X binomialverteilt ist!

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. (X = Anzahl der grünen Kugeln)	☐
In einer Gruppe mit 25 Kindern sind sieben Linkshänder. Es werden drei Kinder zufällig ausgewählt. (X = Anzahl der Linkshänder)	☐
In einem U-Bahn-Waggon sitzen 35 Personen. Vier haben keinen Fahrschein. Drei werden kontrolliert. (X = Anzahl der Personen ohne Fahrschein)	☐
Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglichkeiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt. (X = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben).	☐
Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder. (X = Anzahl der Mädchen)	☐

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Lösungsweg

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. (X = Anzahl der grünen Kugeln)	☒
Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglichkeiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt. (X = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben).	☒
Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder. (X = Anzahl der Mädchen)	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Modellierung mit Binomialverteilung

Aufgabennummer: 1_293	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind fünf Situationen, bei denen nach einer Wahrscheinlichkeit gefragt wird.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Situation(en) an, die mithilfe der Binomialverteilung modelliert werden kann/können!

In der Kantine eines Betriebes essen 80 Personen. Am Montag werden ein vegetarisches Gericht und drei weitere Menüs angeboten. Erfahrungsgemäß wählt jede vierte Person das vegetarische Gericht. Es werden 20 vegetarische Gerichte vorbereitet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese nicht ausreichen?	☐
Bei einer Lieferung von 20 Smartphones sind fünf defekt. Es werden nacheinander drei Geräte entnommen, getestet und nicht zurückgelegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens zwei davon defekt?	☐
In einer Klasse müssen die Schüler/innen bei der Überprüfung der Bildungsstandards auf einem anonymen Fragebogen ihr Geschlecht (m, w) ankreuzen. In der Klasse sind 16 Schülerinnen und 12 Schüler. Fünf Personen haben auf dem Fragebogen das Geschlecht nicht angekreuzt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich drei Schüler unter den fünf Personen?	☐
Ein Großhändler erhält eine Lieferung von 2 000 Smartphones, von denen erfahrungsgemäß 5 % defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich 80 bis 90 defekte Geräte in der Lieferung?	☐
In einer Klinik werden 500 kranke Personen mit einem bestimmten Medikament behandelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass schwere Nebenwirkungen auftreten, beträgt 0,001. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als zwei Personen schwere Nebenwirkungen auftreten?	☐

Lösung

In der Kantine eines Betriebes essen 80 Personen. Am Montag werden ein vegetarisches Gericht und drei weitere Menüs angeboten. Erfahrungsgemäß wählt jede vierte Person das vegetarische Gericht. Es werden 20 vegetarische Gerichte vorbereitet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese nicht ausreichen?	☒
Ein Großhändler erhält eine Lieferung von 2 000 Smartphones, von denen erfahrungsgemäß 5 % defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich 80 bis 90 defekte Geräte in der Lieferung?	☒
In einer Klinik werden 500 kranke Personen mit einem bestimmten Medikament behandelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass schwere Nebenwirkungen auftreten, beträgt 0,001. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als zwei Personen schwere Nebenwirkungen auftreten?	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.